ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XXII, № 5, 1969 Механика

В. С. САРКИСЯН

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОЙ СХОДИМОСТИ МЕТОДА МАЛОГО ПАРАМЕТРА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ О ДЛИННЫХ НЕОРТОТРОПНЫХ ЗАЩЕМЛЕННЫХ ПЛАСТИНАХ

Метод малого параметра при решении задачи об изгибе длинных изотропных защемленных пластин впервые был применен Я. Л. Лунцем [1].

Затем этот метод был распространен на задачи об изгибе длинных (как изотропных, так и анизотропных) пластин, движущихся в газе с постоянной сверхзвуковой скоростью, в работах [2, 3]. Однако, при доказательствах асимптотической сходимости решения задачи в работах [2, 3] была допущена неточность, на которую указал А. Б. Нерсесян, за что выражаю ему свою признательность.

Здесь приводится доказательство асимптотической сходимости метода малого геометрического параметра λ при решении задачи изгиба защемленной по краям длинной и узкой неортотропной (т. е. в каждой точке имеется одна плоскость упругой симметрии, параллельная срединной плоскости) пластинки произвольной формы в метрике $L_2(\Omega)$.

§ 1. Постановка задачи. Известно [4], что задача о нахождении прогибов неортотропных защемленных по краям пластинок, изгибающихся под действием перпендикулярных к ее плоскости сил, сводится к решению следующей краевой задачи*:

$$\Pi[w] = q(x, y) \tag{1.1}$$

$$w|_\Gamma = \frac{\partial w}{\partial n}\Big|_\Gamma = 0 \tag{1.2}$$

Здесь для оператора $\Pi[\ ]$ принято такое обозначение

$$\Pi[\ ] \equiv D_{11}\frac{\partial^4}{\partial x^4} + 4D_{16}\frac{\partial^4}{\partial x^3\partial y} + 2(D_{12}+2D_{66})\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial y^2} + 4D_{26}\frac{\partial^4}{\partial x\partial y^3} + D_{22}\frac{\partial^4}{\partial y^4} \tag{1.3}$$

где жесткости D_{ij} $(i, j = 1, \cdots, 6)$ удовлетворяют следующим неравенствам [5]

$$D_{11} > 0, \quad D_{22} > 0, \quad D_{66} > 0, \quad D_{ii}D_{jj} - D_{ij}^2 > 0 \quad (i, j = 1, \cdots, 6) \tag{1.4}$$

* Здесь и в дальнейшем пользуемся общепринятыми обозначениями.

Рассмотрим область Ω_λ, ограниченную двумя пересекающимися на оси x кривыми

$$y = \lambda\varphi_1(x), \qquad (0<\lambda<1) \qquad (1.5)$$
$$y = \lambda\varphi_2(x),$$

причем $\varphi_i(x)$ $(i=1,\ 2)$ имеют необходимое количество непрерывных производных для рассматриваемых значений x и удовлетворяют условиям

$$\varphi_i(0) = \varphi_i(l) = 0 \qquad (i=1,\ 2) \qquad (1.6)$$

Тогда краевая задача (1.1)—(1.2) для области Ω_λ будет иметь вид

$$\Pi[w] = q(x, y)$$
$$w = \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \qquad (1.7)$$

при $y = \lambda\varphi_1(x)$ и $y = \lambda\varphi_2(x)$

Отметим, что каждому значению параметра λ отвечает некоторое единственное регулярное в области Ω_λ решение $w = w(x, y; \lambda)$ краевой задачи (1.7).

Сделаем замену переменных

$$x = x, \qquad y = \lambda\eta \qquad (1.8)$$

Нетрудно видеть, что краевая задача (1.7) приводится к виду

$$D_{11}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{4D_{16}}{\lambda}\frac{\partial^4 w}{\partial x^3\partial\eta} + \frac{2(D_{12}+2D_{66})}{\lambda^2}\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial\eta^2} + \frac{4D_{26}}{\lambda^3}\frac{\partial^4 w}{\partial x\partial\eta^3} +$$
$$+ \frac{D_{22}}{\lambda^4}\frac{\partial^4 w}{\partial\eta^4} = q(x, \lambda\eta) \qquad (1.9)$$

$$w = \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial\eta} = 0 \qquad (1.10)$$

при $\eta = \varphi_1(x)$ и $\eta = \varphi_2(x)$

Решение краевой задачи (1.9)—(1.10) представим в виде ряда по степеням малого параметра λ [2, 3]:

$$w(x, \eta; \lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} w_k(x, \eta)\lambda^k \qquad (1.11)$$

Разложим функцию $q(x, \lambda\eta)$ в ряд по степеням второго аргумента

$$q(x, \lambda\eta) = \sum_{k=0}^{\infty} q_k(x)\lambda^k\eta^k \qquad (1.12)$$

Здесь предполагается, что $q_k(x)$ $(k=1,\ 2, \cdots)$ непрерывны и ограничены по x.

Подставляя значение w из (1.11) в (1.9), умножая на λ^4, учитывая (1.12) и требуя тождественного удовлетворения уравнения по λ, получим систему дифференциальных уравнений

$$D_{11}\frac{\partial^4 w_{k-4}}{\partial x^4}+4D_{16}\frac{\partial^4 w_{k-3}}{\partial x^3\partial\eta}+2(D_{12}+2D_{66})\frac{\partial^4 w_{k-2}}{\partial x^2\partial\eta^2}+$$

$$+4D_{26}\frac{\partial^4 w_{k-1}}{\partial x\partial\eta^3}+D_{22}\frac{\partial^4 w_k}{\partial\eta^4}=\eta^{k-4}q_{k-4}(x) \qquad (1.13)$$

$$(k=0,\ 1,\ 2,\cdots)$$

причем, принято, что

$$w_{-4}=w_{-3}=w_{-2}=w_{-1}=q_{-4}=q_{-3}=q_{-2}=q_{-1}=0 \qquad (1.14)$$

Для того, чтобы ряд (1.11) удовлетворял граничным условиям (1.10), достаточно, чтобы этим граничным условиям удовлетворяла каждая из функций $w_k(x,\eta)$.

Теперь перейдем к решению системы (1.13) при (1.10). Нетрудно установить, что

$$w_0=w_1=w_2=w_3=0 \qquad (1.15)$$

$$w_4(x,\eta)=\frac{q_0(x)}{4!D_{22}}(\eta-\varphi_1)^2(\eta-\varphi_2)^2$$

$$(1.16)$$

$$w_5(x,\eta)=\sum_{i=0}^{5}A_{i5}(x)\eta^i$$

Здесь $A_{i5}(x)$ — известные функции, зависящие как от $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(x)$, так и от упругих констант пластинки.

Итак, имея значения $w_0,\cdots,w_5(x,\eta)$, возможно последовательно определить функции $w_k(x,\eta)$ $(k=6,7)$. Следовательно, можно написать выражение прогиба $w(x,\eta;\lambda)$ с любой точностью порядка λ^n.

§ 2. Доказательство асимптотической сходимости ряда (1.11) в метрике $L_2(\Omega)$. Прежде чем перейти к исследованию асимптотической сходимости ряда (1.11), приведем некоторые известные факты.

Обозначим через $L_2(\Omega)$ множество функций $\Psi(x,y)$, интегрируемых вместе с $\Psi^2(x,y)$ в конечной области Ω. Норма в $L_2(\Omega)$ определяется по формуле

$$\|\Psi\|_{L_2(\Omega)}=\left[\iint_\Omega \Psi^2 d\Omega\right]^{1/2} \qquad (2.1)$$

Пусть $\Psi(x,y)\in D_A$ — область определения положительного оператора. Тогда [6]

$$\|\Psi\|_A=\sqrt{(A[\Psi],\Psi)}\equiv\left(\iint_\Omega \Psi A[\Psi]\,d\Omega\right)^{1/2} \qquad (2.2)$$

называется нормой энергии функции $\Psi(x, y)$. Здесь символом (Ψ_1, Ψ_2) обозначено скалярное произведение функций $\Psi_1(x, y)$ и $\Psi_2(x, y)$.

Пусть A и B — два положительных оператора. Говорят, что оператор A не меньше оператора B, если всякая функция, имеющая конечную норму энергии относительно оператора A, имеет также конечную норму энергии относительно оператора B, и для каждой такой функции $|\Psi|_A \geqslant |\Psi|_B$. Если при этом $A \neq B$, то говорят, что $A > B$.

Сформулируем две вспомогательные задачи о собственных числах бигармонического оператора $\Delta\Delta$; соответствующие собственные функции удовлетворяют в первой задаче условиям жестко закрепленного края Γ, во второй задаче—условиям свободно опертого края Γ, т. е.

I краевая задача:

$$\Delta\Delta\Psi - e\Psi = 0 \tag{2.3}$$

$$\Psi|_\Gamma = \left.\frac{\partial\Psi}{\partial n}\right|_\Gamma = 0 \tag{2.4}$$

II краевая задача:

$$\Delta\Delta\Psi - \nu\Psi = 0 \tag{2.5}$$

$$\Psi|_\Gamma = 0, \qquad \left[\Delta\Psi - \frac{1-\sigma}{\rho}\frac{\partial\Psi}{\partial n}\right]_\Gamma = 0 \tag{2.6}$$

Здесь ρ — радиус кривизны кривой Γ, σ — некоторая постоянная величина.

В монографии С. Г. Михлина [6] доказываются следующие факты.

1°. Бигармонический оператор $\Delta\Delta$, как в случае (2.4), так и (2.6) имеет дискретный спектр.

2°. Наименьшее собственное число второй краевой задачи не превосходит наименьшее число первой краевой задачи:

$$e_0 \geqslant \nu_0 \tag{2.7}$$

3°. Если A и B — положительные операторы, причем $A \geqslant B$ и спектры обоих операторов дискретны, тогда при любом k, k-ое собственное число оператора B не превосходит k-ое собственное число оператора A.

4°. Если имеем области Ω_1 и Ω_2 так, что Ω_1 целиком умещается в области Ω_2, причем края обеих областей жестко закреплены, то при любом k k-ое собственное число оператора $\Delta\Delta$ для области Ω_1 больше, чем k-ое собственное число того же оператора для области Ω_2.

Поставим следующую краевую задачу о собственных числах оператора $\Pi[\ ]$ при условиях (2.4), т. е.

$$\Pi[\Psi] - \lambda\Psi = 0 \tag{2.8}$$

$$\Psi|_\Gamma = \left.\frac{\partial\Psi}{\partial n}\right|_\Gamma = 0 \tag{2.9}$$

Теперь докажем, что оператор $\Pi[\ ]$ при условиях (2.9) положительно определенный [7]. Нетрудно проверить, что линейный оператор $\Pi[\ ]$ симметричный, т. е.

$$(\Pi[\Psi_1],\ \Psi_2) = (\Psi_1,\ \Pi[\Psi_2]) \tag{2.10}$$

Применяя формулу Грина и принимая во внимание (2.9), можно написать, что

$$(\Pi[\Psi],\ \Psi) = \iint\limits_{\Omega} (D_{11}\xi_1^2 + 4D_{16}\xi_1\xi_2 + 4D_{66}\xi_2^2 + D_{22}\xi_3^2 + 2D_{12}\xi_1\xi_3 + 4D_{26}\xi_2\xi_3)\, d\Omega \tag{2.11}$$

где введены следующие обозначения:

$$\xi_1 = \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}, \qquad \xi_2 = \frac{\partial^2\Psi}{\partial x\partial y}, \qquad \xi_3 = \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}$$

Подынтегральное выражение в (2.11) представляет положительно-определенную квадратичную форму, так как это есть удельная потенциальная энергия деформации [5]. Тогда нетрудно доказать, что имеет место следующее неравенство:

$$D_{11}\xi_1^2 + 4D_{16}\xi_1\xi_2 + 4D_{66}\xi_2^2 + D_{22}\xi_3^2 + 2D_{12}\xi_1\xi_3 + 4D_{26}\xi_2\xi_3 > k_0(\xi_1^2 + 2\xi_2^2 + \xi_3^2) \tag{2.12}$$

если только

$$0 < k_0 < k^* \tag{2.13}$$

здесь

$$k^* = \min\left| D_{11},\ \frac{D_{11} + 2D_{66} \pm \sqrt{(D_{11} - 2D_{66})^2 + 8D_{16}^2}}{2},\ \overline{k}_*(D_{ij})\right| \tag{2.14}$$

причем $\overline{k}_*(D_{ij})$ — наименьший корень следующего кубического уравнения:

$$k^3 - g_2k^2 + g_1k - g_0 = 0 \tag{2.15}$$

где

$$\begin{aligned} g_0 &= 2D_{11}D_{22}D_{66} + 4D_{12}D_{16}D_{26} - 2D_{66}D_{12}^2 - 2D_{11}D_{26}^2 - 2D_{22}D_{16}^2 \\ g_1 &= D_{11}D_{22} + 2D_{11}D_{66} + 2D_{22}D_{66} - D_{12}^2 - 2D_{26}^2 - 2D_{16}^2 \\ g_2 &= D_{11} + D_{22} + 2D_{66} \end{aligned} \tag{2.16}$$

При помощи неравенства Фридриха [6, 8] доказывается следующее неравенство:

$$\|\Psi\|^2_{L_2(\Omega)} \leqslant \frac{1}{\gamma}\iint\limits_{\Omega}(\xi_1^2 + 2\xi_2^2 + \xi_3^2)\, d\Omega \tag{2.17}$$

где γ — положительно-постоянная величина.

Из (2.11), (2.12) и (2.17) немедленно следует, что

$$(\Pi[\Psi],\ \Psi) \geqslant a^2 \| \Psi \|^2_{L_2(\Omega)} \qquad (a^2 = k_0\gamma) \tag{2.18}$$

т. е. при граничных условиях (2.9) оператор $\Pi[\ ]$ положительно определенный.

Далее, принимая во внимание некоторые результаты работы С. Г. Михлина [9], устанавливаем, что свойства оператора $\Pi[\ ]$ вполне аналогичны свойствам оператора $\Delta\Delta$. Обозначим через $\varkappa_0$ наименьшее собственное число краевой задачи (2.8)—(2.9). Тогда, как известно

$$\varkappa_0 \leqslant \frac{(\Pi[\Psi],\ \Psi)}{(\Psi,\ \Psi)}$$

или по неравенству Буняковского

$$\varkappa_0 \leqslant \frac{\| \Pi[\Psi] \|_{L_2(\Omega)}}{\| \Psi \|_{L_2(\Omega)}} \tag{2.19}$$

Из I краевой задачи можно написать, что

$$\| \Psi \|_{k_0\Delta\Delta} = \left[\iint\limits_{\Omega} (\xi_1^2 + 2\xi_2^2 + \xi_3^2)\, d\Omega \right]^{1/2} \tag{2.20}$$

Тогда, при помощи (2.11), (2.12) и (2.20) можно утверждать, что

$$\| \Psi \|_{\Pi} > \| \Psi \|_{k_0\Delta\Delta} \tag{2.21}$$

Следовательно, учитывая утверждение (1°—3°), будем иметь

$$\varkappa_0 > \frac{e_0}{k_0} \geqslant \frac{\nu_0}{k_0} \tag{2.22}$$

Таким образом, из (2.19) и (2.22) можно получить следующую, в дальнейшем необходимую, оценку для $\| \Psi \|_{L_2(\Omega)}$:

$$\| \Psi \|_{L_2(\Omega)} < \frac{k_0}{\nu_0} \| \Pi[\Psi] \|_{L_2(\Omega)} \tag{2.23}$$

Теперь перейдем к доказательству асимптотической сходимости ряда (1.9) в метрике $L_2(\Omega)$.

Введем операторы

$$\Pi_{(0)}[\ ] = D_{22}\frac{\partial^4}{\partial\eta^4}, \quad \Pi_{(1)}[\ ] = 4D_{26}\frac{\partial^4}{\partial x\partial\eta^3}, \quad \Pi_{(2)}[\ ] = 2(D_{12} + 2D_{66})\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial\eta^2} \tag{2.24}$$

$$\Pi_{(3)}[\ ] = 4D_{16}\frac{\partial^4}{\partial x^3\partial\eta}, \qquad \Pi_{(4)}[\ ] = D_{11}\frac{\partial^4}{\partial x^4}, \qquad \Pi_{(\lambda)}[\ ] = \sum_{l=0}^{4} \lambda^l \Pi_{(l)}[\ ]$$

и функцию

$$\varepsilon_{n\lambda} = \varepsilon_n(x,\ \eta;\ \lambda) = w(x,\ \eta;\ \lambda) - \sum_{k=0}^{n} w_k(x,\ \eta)\,\lambda^k \tag{2.25}$$

Наша задача заключается в доказательстве ограниченности относительно λ средней квадратичной величины функции $\lambda^{-n-1}\rho_{n\lambda}$, откуда и немедленно будет следовать, что ряд $\sum_{k=0}^{\infty}\lambda^k w_k$ является асимптотическим представлением прогиба w в среднем квадратичном. С этой целью применим оператор $\Pi_{(\lambda)}[\,]$ к функции $\rho_{n\lambda}$.

$$\Pi_{(\lambda)}[\rho_{n\lambda}] = -\lambda^{n-3}\{\Pi_{(4)}[w_{n-3}] + \Pi_{(3)}[w_{n-2}] + \Pi_{(2)}[w_{n-1}] + \Pi_{(1)}[w_n]\} -$$
$$-\lambda^{n-2}\{\Pi_{(4)}[w_{n-2}] + \Pi_{(3)}[w_{n-1}] + \Pi_{(2)}[w_n]\} +$$
$$+\lambda^{n-1}\{\Pi_{(4)}[w_{n-1}] + \Pi_{(3)}[w_n]\} + \lambda^n\Pi_{(4)}[w_n] + \lambda^{n-3}\sum_{k=n-3}^{\infty}\lambda^{k-n+3}q_k\eta^k \tag{2.26}$$

При этом принято во внимание (1.13) и тождество

$$q(x, \lambda\eta) - \sum_{k=0}^{n-4}\lambda^k\eta^k q_k(x) = \sum_{k=n-3}^{\infty}\lambda^k\eta^k q_k \tag{2.27}$$

Отметим, что в области Ω имеет место

$$\left|\sum_{k=n-3}^{\infty}\lambda^{k-n+3}\eta^k q_k\right| \leqslant l(n) \tag{2.28}$$

$$|\Pi_{(4)}[w_{n-3}] + \Pi_{(3)}[w_{n-2}] + \Pi_{(2)}[w_{n-1}] + \Pi_{(1)}[w_n]| \leqslant p_{n-3} +$$
$$+\lambda r_{n-2} + \lambda^2\tilde{q}_{n-1} + \lambda^3\bar{e}_n$$
$$|\Pi_{(4)}[w_{n-2}] + \Pi_{(3)}[w_{n-1}] + \Pi_{(2)}[w_n]| \leqslant p_{n-2} + \lambda r_{n-1} + \lambda^2\tilde{q}_n \tag{2.29}$$
$$|\Pi_{(4)}[w_{n-1}] + \Pi_{(3)}[w_n]| \leqslant p_{n-1} + \lambda r_n, \quad |\Pi_{(4)}[w_n]| \leqslant p_n$$

где

$$p_j = D_{11}\max_{\Omega}\left|\frac{\partial^4 w_n(x, y)}{\partial x^4}\right|, \qquad \tilde{q}_j = 2\max_{\Omega}\left|(D_{12}+2D_{66})\frac{\partial^4 w_n(x, y)}{\partial x^2\partial y^2}\right|$$
$$r_j = 4\max_{\Omega}\left|D_{16}\frac{\partial^4 w_n(x, y)}{\partial x^3\partial y}\right|, \qquad \bar{e}_n = 4\max_{\Omega}\left|D_{26}\frac{\partial^4 w_n(x, y)}{\partial x\partial y^3}\right|$$

Тогда в области Ω будем иметь

$$|\Pi_{(\lambda)}[\rho_{n\lambda}]| \leqslant \lambda^{n-3}\sum_{i=0}^{3}\lambda^i A_i(n) \tag{2.30}$$

где

$$A_0(n) = l_n + p_{n-3}, \qquad A_1(n) = r_{n-2} + p_{n-2}$$
$$A_2(n) = \tilde{q}_{n-1} + r_{n-1} + p_{n-1}, \qquad A_3(n) = \bar{e}_n + \tilde{q}_n + r_n + p_n$$

Очевидно, что на границе в рассматриваемой области имеем

$$\varphi_{n\lambda} = \frac{\partial \varphi_{n\lambda}}{\partial x} = \frac{\partial \varphi_{n\lambda}}{\partial y} = 0 \tag{2.31}$$

Тогда, учитывая (1.8), (2.8), (2.9), (2.23), (2.26) и (2.31), нетрудно установить, что

$$\|\varphi_{n\lambda}\|_{L_2(\Omega)} < \frac{k_0}{\nu_0} \|\Pi_{(\lambda)}[\varphi_{n\lambda}]\|_{L_2(\Omega)} \tag{2.32}$$

или, принимая во внимание (2.30), находим

$$\|\varphi_{n\lambda}\|_{L_2(\Omega)} < \frac{k_0 \lambda^{n-3}}{\nu_0} \sum_{i=0}^{3} \lambda^i A_i(n) \sqrt{s} \qquad \left(s = \iint_{\Omega} d\Omega\right) \tag{2.33}$$

Далее, предположим, что рассматриваемая область целиком умещается в прямоугольнике со сторонами a и $b\lambda$ ($\lambda < 1$). Тогда наименьшее собственное число второй краевой задачи будет иметь вид

$$\nu_0 = \frac{\pi^4 (4a^2 + b^2\lambda^2)^2}{a^4 b^4 \lambda^4} \tag{2.34}$$

Следовательно, подставляя значение ν_0 из (2.34) в (2.33), для $\|\varphi_{n\lambda}\|_{L_2(\Omega)}$ окончательно находим

$$\|\varphi_{n\lambda}\|_{L_2(\Omega)} < \tilde{c} \frac{\lambda^{n+1}}{(4a^2 + b^2\lambda^2)^2} \sum_{i=0}^{3} \lambda^i A_i(n), \qquad \left(\tilde{c} = \frac{k_0 (ab)^{5/2}}{\pi^4}\right)$$

Отсюда следует асимптотическое представление

$$w \sim \sum_{k=0}^{\infty} w_k(x, \eta) \lambda^k$$

в метрике $L_2(\Omega)$.

Ереванский государственный
университет

Поступила 6 III 1969

Վ. Ս. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

ԱՄՐԱԿՑՎԱԾ ՈՉ-ՕՐԹՈՏՐՈՊ ԵՐԿԱՐ ՍԱԼԵՐԻ ԾՌՄԱՆ ԽՆԴՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ ՓՈՔՐ ՊԱՐԱՄԵՏՐԻ ՄԵԹՈԴԻ ԱՍԻՄՊՏՈՏԻԿ ԶՈՒԳԱՄԻՏՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ու մ

Ամրակցված իզոտրոպ երկար սալերի ծռման խնդրի լուծման դեպքում փոքր պարամետրի մեթոդը առաջին անգամ կիրառել է Յա. Լ. Լունցը [1]։

Այնուհետև այդ մեթոդը տարածել են ոչ-օրթոտրոպ երկար սալերի ծռման որոշ խնդիրների լուծման համար [2,3]։ Բայց [2,3] աշխատանքներում

խնդիրների լուծման ասիմպտոտիկ զուգամիտության ապացույցներում թույլ են տրված անճշտություններ, որոնք ինձ հաղորդել է Հ. Բ. Ներսիսյանը։

Այստեղ բերված է ոչ-օրթոտրոպ եզրերով ամրակցված երկար սալերի ծռման խնդրի լուծման դեպքում փոքր երկրաչափական պարամետրի մեթոդի զուգամիտությունը $L_2(\Omega)$ մետրիկայում։

V. S. SARKISIAN

ON ASYMPTOTIC CONVERGENCE OF THE METHOD OF A SMALL PARAMETER IN THE SOLUTION OF THE PROBLEM ON LONG UNORTHOTROPIC PINCHED PLATES

Summary

The proof of asymptotic convergence has been given by the method of a small geometrical parameter in the solution of the problem of bending of a long narrow unorthotropic (i. e. on every point there is one plane of elastic symmetry. parallel to the middle plane) plate of arbitrary form pinched at the edges.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лунц Я. Л.* Изгиб длинных защемленных пластин. ПММ, 7, 1943.
2. *Саркисян В. С.* Об изгибе длинных упругих пластинок, движущихся в газе с постоянной сверхзвуковой скоростью. Известия АН АрмССР, сер. физ.-мат. наук, т. XV, № 2, 1962.
3. *Саркисян В. С.* Об изгибе анизотропных пластинок, движущихся в газе с постоянной сверхзвуковой скоростью. Тр. IV Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин, АН АрмССР, Институт математики и механики, Ереван, 1964.
4. *Лехницкий С. Г.* Анизотропные пластинки. Гостехтеориздат, М., 1957.
5. *Саркисян В. С.* К решению задачи изгиба анизотропных (неортотропных) пластин на упругом основании. Известия АН АрмССР, сер. физ.-мат. наук, т. XVII, № 2, 1964.
6. *Михлин С. Г.* Вариационные методы в математической физике. Гостехтеориздат, М., 1957.
7. *Саркисян В. С.* О сходимости малого параметра при решении задачи изгиба неортотропных защемленных пластин. Известия АН АрмССР, сер. механика, т. XIX, № 2, 1966.
8. *Friedrichs K.* Randwort-und Eigenwertprobleme aus der elastischen Platten. Math. Ann., Bd. 98, 1928.
9. *Михлин С. Г.* Проблема минимума квадратичного функционала. Гостехиздат, 1952.