ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XXII, № 3, 1969 Механика

А. А. БАБЛОЯН, Н. О. ГУЛКАНЯН

ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ КРУГОВОГО КОЛЬЦА С РАДИАЛЬНЫМИ ТРЕЩИНАМИ*

Плоской задаче теории упругости в полярных координатах посвящены исследования ряда авторов. Матчинским [1] была решена плоская задача о клине с симметрично расположенными у вершины жесткими штампами, приложенными к краям клина. Сривастав [2] рассмотрел задачу о плоском напряженном состоянии в бесконечном клине с расположенной вдоль биссектрисы трещиной. Эффективное решение задачи теории упругости для кругового сектора и четверти плоскости при однородных и смешанных граничных условиях было дано Оболашвили Е. И. [3]. Лутченко С. А. [4] и почти одновременно с ним Александров В. М. [5] решили задачу о вдавливании штампа произвольной конечной ширины в упругое основание в виде бесконечного клина, когда свободная от контакта грань клина сцеплена с жестким основанием. Баблояном А. А. [6] была рассмотрена плоская задача теории упругости для кольцевого сектора, когда на границе заданы напряжения.

В настоящей работе приводится решение задачи для кругового кольца, ослабленного внешними радиальными трещинами, когда на окружностях заданы касательные напряжения и радиальные перемещения (задачу в случае задания на этих окружностях внешних усилий можно решить аналогичным образом).

Решение ищется в виде сумм рядов по тригонометрическим функциям. Для определения неизвестных коэффициентов получены парные ряды-уравнения по некоторым ортогональным функциям [6]. Парные ряды в свою очередь сведены к решению квази-вполне регулярной бесконечной системы.

Получены формулы для определения контактных напряжений.

§ 1. Как известно, в плоской задаче теории упругости напряжения выражаются через функцию Эри $\Phi(r, \varphi)$, которая является решением бигармонического уравнения

$$\nabla^2\nabla^2\Phi(r, \varphi) = 0 \tag{1.1}$$

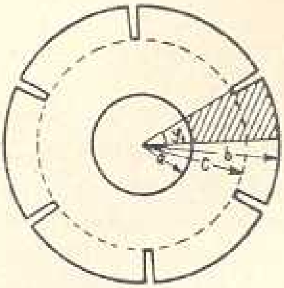
Если произвести преобразование координат $t = \ln\dfrac{r}{a}$ и ввести новую неизвестную функцию $F(t, \varphi) = e^{-t}\Phi(t, \varphi)$, то эта функция будет

* Работа доложена на III Всесоюзном съезде по теоретической и прикладной механике, М., 1968.

удовлетворять уравнению [6, 7]

$$\frac{\partial^4 F}{\partial t^4}+2\frac{\partial^4 F}{\partial t^2\partial\varphi^2}+\frac{\partial^4 F}{\partial\varphi^4}-2\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}+2\frac{\partial^2 F}{\partial\varphi^2}+F=0 \tag{1.2}$$

Напряжения выразятся через функцию $F(t, \varphi)$ следующим образом:



Фиг. 1.

$$\begin{aligned}\sigma_r(t,\varphi)&=\frac{e^{-t}}{a^2}\left(\frac{\partial^2 F}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial F}{\partial t}+F\right)\\ \sigma_\varphi(t,\varphi)&=\frac{e^{-t}}{a^2}\left(\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}+\frac{\partial F}{\partial t}\right)\\ \tau_{r\varphi}(t,\varphi)&=-\frac{e^{-t}}{a^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t\partial\varphi}\end{aligned} \tag{1.3}$$

а перемещения в виде

$$\begin{aligned}u&=\frac{1+\nu}{aE}\left|(1-\nu)\int\left(\frac{\partial^2 F}{\partial\varphi^2}+F\right)dt+(1-2\nu)F-\nu\frac{\partial F}{\partial t}\right|+f'(\varphi)\\ v&=\frac{1-\nu^2}{aE}\left|\int\left(\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}+\frac{\partial F}{\partial t}-F\right)d\varphi-\iint F\,dt\,d\varphi-\right.\\ &\left.-\int\frac{\partial F}{\partial\varphi}dt-\frac{\nu}{1-\nu}\frac{\partial F}{\partial\varphi}\right|-f(\varphi)+f_0(t)\end{aligned} \tag{1.4}$$

где $f(\varphi)$ и $f_0(t)$ представляют собой жесткое смещение.

В силу симметрии решение задачи будем искать только в области $0\leqslant\varphi\leqslant\varphi_1$ (фиг. 1), требуя при этом, чтобы выполнялись условия симметрии

$$\tau_{r\varphi}(t,0)=0,\quad v(t,0)=0 \tag{1.5}$$

Для простоты выкладок касательные напряжения по всей границе приняты равными нулю.

На границе рассматриваемой области должны выполняться следующие граничные условия:

$$\tau_{r\varphi}(t,\varphi_1)=0\quad(0\leqslant t\leqslant t_1) \tag{1.6}$$

$$\tau_{r\varphi}(0,\varphi)=\tau_{r\varphi}(t_1,\varphi)=0\quad(0\leqslant\varphi\leqslant\varphi_1)$$

$$u(0,\varphi)=f_1(\varphi),\quad u(t_1,\varphi)=f_2(\varphi)\quad(0\leqslant\varphi\leqslant\varphi_1) \tag{1.7}$$

$$\sigma_\varphi(t,\varphi_1)=f_3(t)\quad(t_0<t<t_1) \tag{1.8}$$

$$v(t,\varphi_1)=f_4(t)\quad(0<t<t_0)$$

Здесь $t_0=\ln\dfrac{c}{a}$, $t_1=\ln\dfrac{b}{a}$.

Решение задачи будем искать в виде

$$F(t, \varphi) = a(\varphi) + b(t) + \sum_{k=1}^{\infty} \Psi_k(t) \cos \alpha_k \varphi + \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_k(\varphi) \cos \beta_k t$$

$$(0 \leqslant \varphi \leqslant \varphi_1, \ 0 \leqslant t \leqslant t_1)$$

$$f(\varphi) = f_0(t) = 0$$

$$\Psi_k'(t) = G_k \operatorname{sh} \alpha_k (t_1 - t) \operatorname{sh} t + F_k \operatorname{sh} \alpha_k t \operatorname{sh}(t_1 - t)$$

$$\Phi_k'(\varphi) = \left[-\frac{\cos \varphi_1}{\operatorname{ch} \beta_k \varphi_1} \operatorname{sh} \beta_k (\varphi_1 - \varphi) \sin \varphi + \operatorname{sh} \beta_k \varphi \sin(\varphi_1 - \varphi) \right] C_k \quad (1.9)$$

$$a(\varphi) = B \cos \varphi + C \varphi \sin \varphi, \quad b(t) = A e^t$$

$$\alpha_k = \frac{k\pi}{\varphi_1}, \qquad \beta_k = \frac{k\pi}{t_1}$$

При выборе функции $F(t, \varphi)$ в виде (1.9) условия симметрии и условия равенства нулю тангенциальных напряжений удовлетворяются автоматически.

Удовлетворяя условиям (1.7) для перемещений u и вводя обозначения

$$\frac{2t_1}{\beta_k} \frac{C_k}{\operatorname{ch} \beta_k \varphi_1} (\operatorname{ch}^2 \beta_k \varphi_1 - \cos^2 \varphi_1) = Z_k$$

$$(\operatorname{ch} t_1 + \operatorname{ch} \alpha_k t_1)(G_k + F_k) = (-1)^k X_k \frac{\pi}{\varphi_1} \quad (1.10)$$

$$(\operatorname{ch} \alpha_k t_1 - \operatorname{ch} t_1)(G_k - F_k) = (-1)^k Y_k \frac{\pi}{\varphi_1}$$

после некоторых преобразований для определения коэффициентов X_k, Y_k и Z_k получим следующие две бесконечные системы:

$$X_k + \gamma_k^{\mathrm{I}} Y_k = \sum_{p=2,4}^{\infty} a_{kp}^{\mathrm{I}} Z_p + b_k^{\mathrm{I}}$$

$$Y_k + \gamma_k^{\mathrm{II}} X_k = \sum_{p=1,3}^{\infty} a_{kp}^{\mathrm{II}} Z_p + b_k^{\mathrm{II}} \quad (1.11)$$

$$(k = 1, 2, \ldots)$$

Здесь

$$\gamma_k^{\mathrm{I}} = \frac{1}{2\alpha_k} \frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\operatorname{sh} \alpha_k t_1 + \alpha_k \operatorname{sh} t_1}{\operatorname{ch} \alpha_k t_1 - \operatorname{ch} t_1}$$

$$\gamma_k^{\mathrm{II}} = \frac{1}{2\alpha_k} \frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\operatorname{sh} \alpha_k t_1 - \alpha_k \operatorname{sh} t_1}{\operatorname{ch} \alpha_k t_1 + \operatorname{ch} t_1}$$

$$a_{kp}^{\mathrm{I}} = a_{kp}^{\mathrm{II}} = 2 \frac{\alpha_k^2 - 1}{\pi t_1 \alpha_k} \frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\beta_p^2}{[\beta_p^2 + (\alpha_k + 1)^2][\beta_p^2 + (\alpha_k - 1)^2]}$$

$$b_k^{\mathrm{I}} = \frac{aE}{1-\nu^2} \frac{\alpha_k^2 - 1}{\pi \alpha_k} (-1)^{k+1} \int_0^{\varphi_1} \cos \alpha_k \varphi \left[f_1(\varphi) + f_2(\varphi) \right] d\varphi +$$

$$+\frac{2}{\pi\alpha_k}\frac{1-2\nu}{1-\nu}C\frac{(\alpha_k^2+1)\sin\varphi_1+(\alpha_k^2-1)\varphi_1\cos\varphi_1}{\alpha_k^2-1}-$$

$$-\frac{2}{\pi\alpha_k}\frac{1}{1-\nu}\sin\varphi_1\left[(1-2\nu)B+t_1C(1-\nu)\right]$$

$$b_k^{\text{II}}=\frac{aE}{1-\nu^2}\frac{\alpha_k^2-1}{\pi\alpha_k}(-1)^{k+1}\int\limits_0^{\varphi_1}\cos\alpha_k\varphi\left[f_1(\varphi)-f_2(\varphi)\right]d\varphi+$$

$$+\frac{2t_1}{\pi\alpha_k}C\sin\varphi_1$$

Удовлетворяя затем смешанным граничным условиям (1.8) при $\varphi=\varphi_1$, получим систему парных тригонометрических уравнений

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{Z_k\beta_k}{\beta_k^2+1}(\sin\beta_k t+\beta_k\cos\beta_k t)=F(t)-E_0\qquad(0<t<t_0)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{Z_k\beta_k^2}{\beta_k^2+1}(1+N_k)(\sin\beta_k t+\beta_k\cos\beta_k t)=G(t)+$$

$$+\frac{8\pi}{\varphi_1}\sum_{p=1}^{\infty}\alpha_p\left\{X_p\sum_{n=1,3}^{\infty}\frac{\sin\beta_n t+\beta_n\cos\beta_n t}{[\beta_n^2+(\alpha_p+1)^2][\beta_n^2+(\alpha_p-1)^2]}+\right.$$

$$\left.+Y_p\sum_{n=2,4}^{\infty}\frac{\sin\beta_n t+\beta_n\cos\beta_n t}{[\beta_n^2+(\alpha_p+1)^2][\beta_n^2+(\alpha_p-1)^2]}\right\}\tag{1.12}$$

где

$$F(t)=-\frac{t_1aE}{1-\nu^2}f_4(t)-2tt_1C\sin\varphi_1$$

$$E_0=\frac{Ct_1}{1-\nu}\left[(1-2\nu)\sin\varphi_1-\varphi_1\cos\varphi_1\right]+\frac{Bt_1}{1-\nu}\sin\varphi_1\tag{1.13}$$

$$G(t)=-2a^2e^tt_1f_3(t)+4At_1e^t$$

$$N_k=\frac{1}{2}\frac{\beta_k\sin2\varphi_1+\cos2\varphi_1-e^{-2\beta_k\varphi_1}}{\operatorname{ch}^2\beta_k\varphi_1-\cos^2\varphi_1}\tag{1.14}$$

Считая правые части парных уравнений (1.12) известными и пользуясь решением такого рода тригонометрических парных уравнений [8], приведем (1.12) к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений

$$Z_k=\sum_{p=1}^{\infty}a_{kp}^{\text{III}}Z_p+\sum_{p=1}^{\infty}b_{kp}^{\text{III}}Y_p+\sum_{p=1}^{\infty}c_{kp}^{\text{III}}X_p+b_k^{\text{III}}\tag{1.15}$$

где

$$a_{kp}^{\text{III}}=-\frac{1}{2}\beta_pN_p\mathrm{I}_{p,k}(t_0)$$

$$b_{kp}^{\text{III}}=\frac{4\pi t_1}{\varphi_1}\alpha_p\sum_{n=2,4}^{\infty}\frac{\beta_n^2+1}{[\beta_n^2+(\alpha_p+1)^2][\beta_n^2+(\alpha_p-1)^2]}\mathrm{I}_{n,k}(t_0)$$

$$c_{kp}^{III} = \frac{4\pi t_1}{\varphi_1} \alpha_p \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{\beta_n^2 + 1}{[\beta_n^2 + (\alpha_p + 1)^2][\beta_n^2 + (\alpha_p - 1)^2]} \mathrm{I}_{n,k}(t_0)$$

$$b_k^{III} = d_k - \frac{2}{\pi} E_0 \int_0^{t_0} \ln \frac{1 + \sin \frac{\pi\theta}{2t_1}}{\cos \frac{\pi\theta}{2t_1}} z_k \left(\cos \frac{\pi\theta}{t_1}\right) \operatorname{ctg} \frac{\pi\theta}{2t_1} d\theta -$$

$$- M \frac{y_k\left(\cos \frac{\pi t_0}{t_1}\right)}{\beta_k}$$

$$z_k(x) = P_{k-1}(x) - P_k(x), \qquad y_k(x) = P_{k-1}(x) + P_k(x)$$

$$\mathrm{I}_{n,k}(t_0) = \int_{t_0}^{t_1} z_n \left(\cos \frac{\pi\theta}{t_1}\right) z_k \left(\cos \frac{\pi\theta}{t_1}\right) \operatorname{ctg} \frac{\pi\theta}{2t_1} d\theta \tag{1.16}$$

$$d_k = \frac{t_1}{2} \int_0^{t_0} F_2(\theta) z_k \left(\cos \frac{\pi\theta}{t_1}\right) \operatorname{ctg} \frac{\pi\theta}{2t_1} d\theta +$$

$$+ \frac{t_1}{2} \int_{t_0}^{t_1} G_2(\theta) z_k \left(\cos \frac{\pi\theta}{t_1}\right) \operatorname{ctg} \frac{\pi\theta}{2t_1} d\theta$$

$$F_2(\theta) = \frac{2\sqrt{2}}{t_1} \int_0^{\theta} \frac{[F(t) - F'(t)] \sin \frac{\pi t}{2t_1} dt}{\left(\cos \frac{\pi t}{t_1} - \cos \frac{\pi\theta}{t_1}\right)^{1/2}}$$

$$G_2(\theta) = - \frac{2\sqrt{2}}{t_1} \int_0^{\theta} \frac{\left[G(t) - \int_0^t G(x) dx\right] \sin \frac{\pi t}{2t_1} dt}{\left(\cos \frac{\pi\theta}{t_1} - \cos \frac{\pi t}{t_1}\right)^{1/2}}$$

$$M = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{Z_m \beta_m}{\beta_m^2 + 1} (1 + N_m) - \frac{\pi t_1}{\varphi_1} \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \frac{X_m}{\alpha_m^2 - 1} \frac{\operatorname{sh} \alpha_m t_1 - \alpha_m \operatorname{sh} t_1}{\operatorname{ch} \alpha_m t_1 + \operatorname{ch} t_1} + \right.$$

$$\left. + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{Y_m}{\alpha_m^2 - 1} \left[\frac{\operatorname{sh} \alpha_m t_1 + \alpha_m \operatorname{sh} t_1}{\operatorname{ch} \alpha_m t_1 - \operatorname{ch} t_1} + \frac{4}{t_1} \frac{\alpha_m}{\alpha_m^2 - 1} \right] \right\}$$

Неизвестные X_k, Y_k и Z_k выражаются через постоянные A, B и C. Для определения последних из первого уравнения (1.12) при $t = 0$ и из граничных условий (1.7) получим систему трех уравнений

$$\frac{B}{1-\nu} \sin \varphi_1 + \frac{C}{1-\nu} [(1 - 2\nu) \sin \varphi_1 - \varphi_1 \cos \varphi_1] =$$

$$= -\frac{aE}{1-\nu^2} f_4(0) - \frac{1}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Z_k \beta_k^2}{\beta_k^2+1}$$

$$2(1-\nu) A\varphi_1 + (1-2\nu) B\sin\varphi_1 + (1-2\nu) C[\sin\varphi_1 - \varphi_1\cos\varphi_1] =$$

$$= \frac{aE}{1+\nu} \int_0^{\varphi_1} f_1(\varphi)\, d\varphi - \frac{1-2\nu}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Z_k \beta_k^2}{(\beta_k^2+1)^2} \tag{1.17}$$

$$2(1-2\nu) Ae^{t_1}\varphi_1 + (1-2\nu) B\sin\varphi_1 + C\Big\{ \sin\varphi_1 [(1-2\nu) + 2t_1(1-\nu)] -$$

$$- \varphi_1 (1-2\nu)\cos\varphi_1 \Big\} = \frac{aE}{1+\nu} \int_0^{\varphi_1} f_2(\varphi)\, d\varphi + \frac{1-2\nu}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} Z_k \beta_k^2}{(\beta_k^2+1)^2}$$

§ 2. Докажем, что полученные бесконечные системы (1.11) и (1.15) квазивполне регулярны. Рассмотрим бесконечную систему (1.15). Используя оценку ряда

$$\frac{\pi}{\varphi_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n}{[\beta_p^2 + (\alpha_n+1)^2][\beta_p^2 + (\alpha_n-1)^2]} \leqslant$$

$$\leqslant \int_0^{\infty} \frac{x dx}{[\beta_p^2 + (x+1)^2][\beta_p^2 + (x-1)^2]} \leqslant \frac{1}{2(\beta_p^2+1)}$$

и учитывая, что $N_p = O(pe^{-ap})$, на основании результатов работы [8] будем иметь

$$\sum_{p=1}^{\infty} |a_{kp}^{III}| + \sum_{p=1}^{\infty} |b_{kp}^{III}| + \sum_{p=1}^{\infty} |c_{kp}^{III}| < \sum_{p=1}^{\infty} [2 + O(p^2 e^{-ap})] |I_{p,k}(t_0)| \leqslant$$

$$\leqslant \mathrm{const}\, \frac{\ln k}{k}$$

Далее для бесконечных систем (1.11) получим

$$\frac{2(1-2\nu)}{1-\nu} \frac{|\alpha_k^2 - 1|}{\pi\alpha_k t_1} \sum_{p=2,4}^{\infty} \frac{\beta_p^2}{[\beta_p^2 + (\alpha_k+1)^2][\beta_p^2 + (\alpha_k-1)^2]} =$$

$$= \frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{|\alpha_k^2 - 1|}{4\pi\alpha_k^2} \frac{\mathrm{sh}\alpha_k t_1 - \alpha_k \mathrm{sh} t_1}{\mathrm{ch}\alpha_k t_1 - \mathrm{ch} t_1} \leqslant \frac{1}{4\pi} \frac{1-2\nu}{1-\nu} < \frac{0.25}{\pi}$$

Аналогично

$$\frac{2(1-\nu)}{1-\nu} \frac{|\alpha_k^2 - 1|}{\pi\alpha_k t_1} \sum_{p=2,4}^{\infty} \frac{\beta_p^2}{[\beta_p^2 + (\alpha_k+1)^2][\beta_p^2 + (\alpha_k-1)^2]} =$$

$$= \frac{1-2\nu}{1-\nu}\,\frac{|\alpha_k^2-1|}{4\pi\alpha_k^2}\,\frac{\operatorname{sh}\alpha_k t_1+\alpha_k\operatorname{sh}t_1}{\operatorname{ch}\alpha_k t_1+\operatorname{ch}t_1}\leqslant\frac{1}{4\pi}\,\frac{1-2\nu}{1-\nu}<\frac{0.25}{\pi}$$

Сумма модулей коэффициентов систем (1.11) меньше $\frac{1}{4\pi}$. Для суммы же модулей коэффициентов системы (1.15) получим оценку const $\frac{\ln k}{k}$, которая при $k\to\infty$ стремится к нулю. Отсюда следует, что совокупность бесконечных систем (1.11) и (1.15) квазивполне регулярна. Свободные члены этих же систем, как легко проверить, также стремятся к нулю.

§ 3. Подставляя в (1.4) значение функции $F(t, \varphi)$ (1.9) и учитывая при этом (1.10), после некоторых преобразований для определения напряжения $\sigma_\varphi(t, \varphi_1)$ получим формулу

$$2a^2e^t\sigma_\varphi(t,\varphi_1)=\frac{2\pi}{t_1\varphi_1}\sum_{k=1}^{\infty}\left\{X_k\left[\sum_{p=1,3}^{\infty}\frac{\sin\beta_p t+\beta_p\cos\beta_p t}{\beta_p^2+(\alpha_k-1)^2}-\right.\right.$$

$$\left.-\sum_{p=1,3}^{\infty}\frac{\sin\beta_p t+\beta_p\cos\beta_p t}{\beta_p^2+(\alpha_k+1)^2}\right]+Y_k\left[\sum_{p=2,4}^{\infty}\frac{\sin\beta_p t+\beta_p\cos\beta_p t}{\beta_p^2+(\alpha_k-1)^2}-\right.$$

$$\left.\left.-\sum_{p=2,4}^{\infty}\frac{\sin\beta_p t+\beta_p\cos\beta_p t}{\beta_p^2+(\alpha_k+1)^2}\right]\right\}+4Ae^t-\frac{1}{t_1}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{Z_k\beta_k^2}{\beta_k^2+1}(1+N_k)\times$$

$$\times(\sin\beta_k t+\beta_k\cos\beta_k t)\qquad(0<t<t_0)\quad(3.1)$$

Последний ряд в выражении (3.1) сходится медленно. Усиливая сходимость этого ряда с помощью бесконечных систем, выражение (3.1) можно представить в следующем виде:

$$2a^2e^t\sigma_\varphi(t,\varphi_1)=\frac{Q\cos\frac{\pi t}{2t_1}}{\left(\cos\frac{\pi t}{t_1}-\cos\frac{\pi t_0}{t_1}\right)^{1/2}}+\varphi(t)\qquad(0\leqslant t<t_0)$$

где $\varphi(t)$ — ограниченная и непрерывная функция, а коэффициент Q определяется формулой

$$Q=\sqrt{2}\left\{\frac{1}{2}\sum_{p=1}^{\infty}Z_p\beta_pN_pz_p\left(\cos\frac{\pi t_0}{t_1}\right)-\frac{1}{2}\left[G_2(t_0)-F_2(t_0)\right]+\right.$$

$$+\frac{2}{\pi}E_0\ln\cos\frac{\frac{\pi t_0}{t_1}}{1+\sin\frac{\pi t_0}{2t_1}}+M-$$

$$-\frac{4\pi}{\varphi_1}\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_nY_n\sum_{p=2,4}^{\infty}\frac{z_p\left(\cos\frac{\pi t_0}{t_1}\right)(\beta_p^2+1)}{[\beta_p^2+(\alpha_n+1)^2][\beta_p^2+(\alpha_n-1)^2]}-$$

$$
- \frac{4\pi}{\varphi_1} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n X_n \sum_{p=1,3}^{\infty} \frac{z_p \left(\cos \frac{\pi t_0}{t_1} \right) (\beta_p^2 + 1)}{[\beta_p^2 + (\alpha_n + 1)^2][\beta_p^2 + (\alpha_n - 1)^2]} \Bigg\}
$$

Отметим, что если бы на границе вместо радиальных перемещений были бы заданы нормальные напряжения, то для суммы модулей коэффициентов бесконечных систем (1.11) вместо оценки $\Sigma < \frac{1}{4\pi}$ получили бы оценку $\Sigma < 1$.

Институт математики
и механики АН Армянской ССР

Поступила 5 XI 1968

Ա. Հ. ԲԱԲԼՈՅԱՆ, Ն. Օ. ԳՈՒԼՔԱՆՅԱՆ

ՇԱՌԱՎՂԱՅԻՆ ՃԵՂՔԵՐՈՎ ՇՐՋԱՆԱՅԻՆ ՕՂԱԿԻ ՀԱՐԹ ԽՆԴԻՐԸ

Ամփոփում

Դիտարկվում է շրջանային օղակի հարթ խնդիրը, երբ օղակը թուլացված է՝ սիմետրիկ դասավորված շառավղային ճեղքերով։ Շրջանագծերի վրա հայտնի են շոշափող լարումների և նորմալ տեղափոխումների արժեքները։

Խնդրի լուծումը փնտրվում է եռանկյունաչափական շարքերի տեսքով, որոնց գործակիցների որոշման համար ստացված են զույգ շարք հավասարումներ։ Զույգ հավասարումները իրենց հերթին բերվում են լիովին ռեգուլյար գծային անվերջ հավասարումների սիստեմի լուծմանը։

Ստացված են բանաձևեր կոնտակտային լարումների հաշվման համար։

A. A. BABLOYAN, N. O. GULKANIAN

A PLANE PROBLEM FOR A ROUND RING WITH RADIAL CRACKS

Summary

The solution of the problem for a round ring, weakened by external radial cracks is considered, when on the contour the tangent strains and radial displacements are given.

The problem is reduced to the dual series-equations.
Unknown coefficients in these series are determined from the quasi-regular infinite system of linear algebraic equations.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Matczynski Marek.* Elastic wedge with discontinuous boundary conditions. Arch. Mech. Stos., vol. 15, No. 6, 1963, 833—855.
2. *Srivastav R. P., Prem Narain.* Certain two-dimensional problems of stressdistribution in wedge-shaped elastic solids under discontinuous load. Proc. Cambr. Philos. Soc., vol. 61, 1965, No. 4, 945—954.

3. *Оболашвили Е. И.* Эффективное решение некоторых плоских смешанных задач теории упругости. ПМ, т. II, вып. 7, 1966, 127—130.
4. *Лутченко С. А.* О вдавливании штампа в боковую поверхность упругого основания в виде клина. ПМ, т. II, 1966, вып. 12, 61—66.
5. *Александров В. М.* Об одной контактной задаче для упругого клина. Изв. АН Арм. ССР, Механика, т. 20, 1967, № 1, 3—14.
6. *Баблоян А. А.* Решение плоской задачи теории упругости для кольцевого сектора в напряжениях. Изв. АН Арм. ССР, серия физ.-мат. наук, т. XV, №1, 1962, 87—101.
7. *Уфлянд Я. С.* Биполярные координаты в теории упругости. ГИТТЛ, М.—Л., 1950.
8. *Баблоян А. А., Гулканян Н. О.* Кручение полой полусферы штампом. Изв. АН Арм. ССР, Механика, т. XX, № 2, 1967, 3—18.