

С. А. КАЛОЕРОВ

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ АНИЗОТРОПНОЙ  
ПОЛУПЛОСКОСТИ С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМИ ОТВЕРСТИЯМИ,  
РАСПОЛОЖЕННЫМИ ВДОЛЬ ГРАНИЦЫ

В работе [1] изучена концентрация напряжений в анизотропной полуплоскости с конечным числом эллиптических отверстий, линии центров которых перпендикулярна границе полуплоскости. В данной статье линия центров отверстий считается параллельной границе полуплоскости. Контуры отверстий предполагаются неподкрепленными или подкрепленными абсолютно жесткими кольцами. Подробно изучено поле напряжений в растягиваемой ортотропной полуплоскости с двумя одинаковыми эллиптическими отверстиями.

§ 1. Пусть анизотропная полуплоскость ослаблена конечным числом эллиптических отверстий  $L$ , центры которых находятся на расстоянии  $h$  от прямолинейной границы  $L$ . Будем для простоты считать эллиптические отверстия и расстояния между контурами соседних отверстий одинаковыми\*. Обозначим полуоси отверстий и расстояния между центрами соседних отверстий соответственно через  $a$ ,  $b$ ,  $2l$ .

Будем считать заданным напряженное состояние на бесконечности, а в случае неподкрепленных отверстий — также самоуравновешенные усилия, действующие на контурах отверстий.

При отсутствии объемных сил задача об упругом равновесии такой полуплоскости приводится к определению функций комплексных переменных  $\Phi_j(z_j)$  ( $j = 1, 2$ ), удовлетворяющих граничным условиям [4]

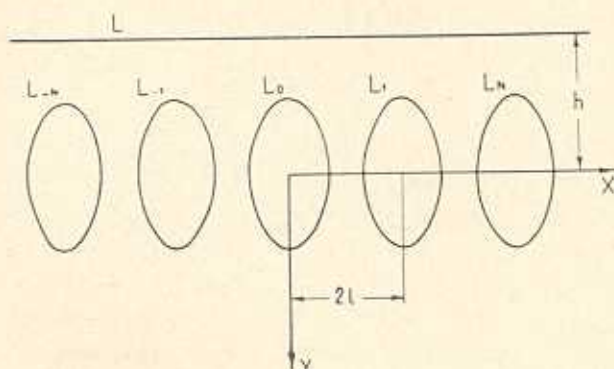
$$\begin{aligned} 2 \operatorname{Re} [t_1 \Phi_1(z_1) + t_2 \Phi_2(z_2)] &= f_{1r} \\ 2 \operatorname{Re} [s_1 \Phi_1(z_1) + s_2 \Phi_2(z_2)] &= f_{2r} \text{ на } L \text{ и } L_r \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь  $f_{1r}$  — функции, зависящие от способа загрузки полуплоскости;  $t_j$ ,  $s_j$  — комплексные параметры, равные соответственно 1,  $\mu_j$  в случае неподкрепленного контура и  $p_j$ ,  $q_j$  в случае подкрепленного контура;  $\mu_j$ ,  $p_j$ ,  $q_j$  характеризуют анизотропию материала полуплоскости [4].

Функции  $\Phi_j(z_j)$  определены и голоморфны в областях  $S_j$ , получаемых из заданной полуплоскости аффинными преобразованиями. В этих областях будем иметь также полуплоскости с эллиптическими отверстиями, контуры которых  $L_{jr}$  получаются из контуров отверстий  $L_r$  с помощью указанных преобразований.

\* Рассмотрение общего случая проводится аналогичным образом.

Рассмотрим случай анизотропной полуплоскости, ослабленной нечетным числом эллиптических отверстий  $2N + 1$  (фиг. 1).



Фиг. 1.

Функции  $\Phi_j(z_j)$ , голоморфные вне эллиптических отверстий  $L_j$ , получаемых из  $L_r$  ( $r = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$ ), представим в виде

$$\Phi_{1r}(z_1) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_{rk}}{[\zeta_{1r}(z_1)]^k}; \quad \Phi_{2r}(z_2) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{b_{rk}}{[\zeta_{2r}(z_2)]^k} \quad (1.2)$$

Если прямолинейная граница не загружена внешними усилиями, то функции  $\Phi_j(z_j)$  принимают вид [1]

$$\Phi_1(z_1) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{r=-N}^N \left\{ \frac{a_{rk}}{[\zeta_{1r}(z_1)]^k} + \frac{l_1 \bar{a}_{rk}}{[\bar{\zeta}_{1r}(z_1)]^k} + \frac{n_1 \bar{b}_{rk}}{[\bar{\zeta}_{2r}(z_1)]^k} \right\} \quad (1.3)$$

$$\Phi_2(z_2) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{r=-N}^N \left\{ \frac{b_{rk}}{[\zeta_{2r}(z_2)]^k} + \frac{n_2 \bar{b}_{rk}}{[\bar{\zeta}_{2r}(z_2)]^k} + \frac{l_2 \bar{a}_{rk}}{[\bar{\zeta}_{1r}(z_2)]^k} \right\}$$

Постоянные  $a_{rk}$ ,  $b_{rk}$  определяются из граничных условий на контурах отверстий, а комплексные переменные  $\zeta_{1r}(z_1)$ ,  $\bar{\zeta}_{1r}(z_1)$  находятся из следующих неявных зависимостей:

$$z_1 - 2rl = R_1 \left( \zeta_{1r} + \frac{m_1}{\zeta_{1r}} \right)$$

$$z_1 - 2rl + 2i\beta h = \bar{R}_1 \left( \bar{\zeta}_{1r} + \frac{\bar{m}_1}{\bar{\zeta}_{1r}} \right) \quad (1.4)$$

$$z_1 - 2rl + (\alpha - \gamma)h + i(\beta + \delta)h = \bar{R}_2 \left( \bar{\zeta}_{2r} + \frac{\bar{m}_2}{\bar{\zeta}_{2r}} \right)$$

причем

$$R_j = \frac{\alpha - i\mu_j b}{2}, \quad m_j = \frac{\alpha + i\mu_j b}{\alpha - i\mu_j b}, \quad \mu_1 = \alpha + i\beta, \quad \mu_2 = \gamma + i\delta$$

Функции  $\zeta_{2r}(z_2)$  и  $\bar{\zeta}_{jr}(z_2)$  получаются из соответствующих выражений (1.4), если в них заменить  $z_1, \alpha, \beta, \zeta_{1r}$  на  $z_2, \gamma, \delta, \zeta_{2r}$  и наоборот.

На контуре  $L_{1\nu}$  ( $\nu = 0, \pm 1, \dots, \pm N$ ) представим  $\Phi_1(z_1)$  следующим образом:

$$\Phi_1(z_1) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_{\nu k}}{[\zeta_{1\nu}(z_1)]^k} + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{r=-N}^N \left\{ \frac{a_{rk}}{[\zeta_{1r}(z_1)]^k} + \frac{l_1 \bar{a}_{rk}}{[\bar{\zeta}_{1r}(z_1)]^k} + \frac{n_1 \bar{b}_{rk}}{[\bar{\zeta}_{2r}(z_1)]^k} \right\} \quad (1.5)$$

Знак \* означает, что в сумме отсутствует член  $\frac{a_{rk}}{[\zeta_{1r}(z_1)]^k}$  при  $r = \nu$ .

Функции, входящие во вторую сумму, внутри контура  $L_{1\nu}$  являются голоморфными. Поэтому их можно разложить в сходящиеся ряды по полиномам Фабера для этих эллипсов

$$\begin{aligned} [\bar{\zeta}_{1r}(z_1)]^{-k} &= \sum_{i=0}^{\infty} A_{ki}^{(1r\nu)} P_{\nu i}(z_1) \\ [\bar{\zeta}_{2r}(z_1)]^{-k} &= \sum_{i=0}^{\infty} B_{ki}^{(1r\nu)} P_{\nu i}(z_1) \\ [\zeta_{1r}(z_1)]^{-k} &= \sum_{i=0}^{\infty} C_{ki}^{(1r\nu)} P_{\nu i}(z_1) \end{aligned} \quad (1.6)$$

Коэффициенты разложений (1.6) при  $k=1$  вычисляются так же, как и в работе [3]. Для других же степеней их легко получить по следующей рекуррентной формуле:

$$A_{l+1l} = \sum_{j=0}^l A_{lj} A_{ll-j} + \sum_{n=1}^{\infty} m_1^n (A_{ln} A_{ln+j} + A_{ln+j} A_{ln}) \quad (1.7)$$

где  $A_{ll}$  — соответствующие коэффициенты разложений (1.6) при  $k=1$ . Теперь на контуре  $L_{1\nu}$  функцию  $\Phi_1(z_1)$  можно записать в виде

$$\begin{aligned} \Phi_1(z_1) &= \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{a_{\nu k}}{\sigma^k} + \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{r=-N}^N [a_{rk} D_{ki}^{(1r\nu)} + \right. \\ &\quad \left. + l_1 \bar{a}_{rk} A_{ki}^{(1r\nu)} + n_1 B_{ki}^{(1r\nu)} \bar{b}_{rk}] \left( \sigma^i + \frac{m_1^i}{\sigma^i} \right) \right\} \end{aligned}$$

Аналогичным образом найдем

$$\begin{aligned} \Phi_2(z_2) &= \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{b_{\nu k}}{\sigma^k} + \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{r=-N}^N [b_{rk} D_{ki}^{(2r\nu)} + \right. \\ &\quad \left. + n_2 \bar{b}_{rk} B_{ki}^{(2r\nu)} + l_2 \bar{a}_{rk} A_{ki}^{(2r\nu)}] \left( \sigma^i + \frac{m_2^i}{\sigma^i} \right) \right\} \end{aligned}$$

где

$$D_{ki}^{(jrv)} = \begin{cases} C_{ki}^{(jrv)} & \text{при } v \neq r \\ 0 & \text{при } v = r \end{cases}$$

Для определения постоянных  $a_{rk}$  и  $b_{rk}$  из граничных условий (1.1) на контурах отверстий получим следующую бесконечную систему линейных алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами:

$$t_1 a_{vk} + t_2 b_{vk} + \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{r=-N}^N [M_{1pk}^{(rv)} \bar{a}_{rp} + M_{2pk}^{(rv)} a_{rp} + M_{3pk}^{(rv)} \bar{b}_{rp} + M_{4pk}^{(rv)} b_{rp}] = \alpha_{vk} \quad (1.8)$$

$$s_1 a_{vk} + s_2 b_{vk} + \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{r=-N}^N [N_{1pk}^{(rv)} \bar{a}_{rp} + N_{2pk}^{(rv)} a_{rp} + N_{3pk}^{(rv)} \bar{b}_{rp} + N_{4pk}^{(rv)} b_{rp}] = \beta_{vk}$$

$$(v = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N)$$

Здесь

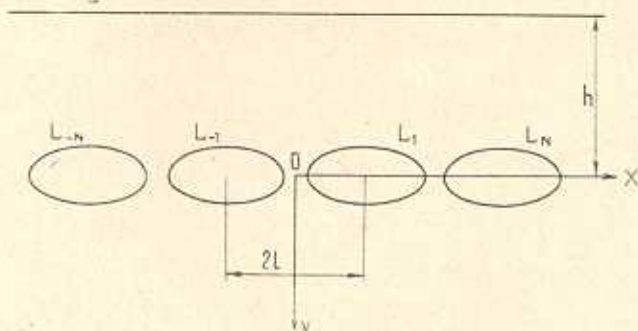
$$\begin{aligned} M_{1pk}^{(rv)} &= t_1 l_1 m_1^k A_{pk}^{(1rv)} + t_2 l_2 m_2^k A_{pk}^{(2rv)} + \bar{t}_1 \bar{D}_{pk}^{(1rv)} \\ M_{2pk}^{(rv)} &= \bar{t}_1 \bar{l}_1 \bar{A}_{pk}^{(1rv)} + \bar{t}_2 \bar{l}_2 \bar{A}_{pk}^{(2rv)} + t_1 m_1^k D_{pk}^{(1rv)} \end{aligned} \quad (1.9)$$

Коэффициенты  $M_{3pk}^{(rv)}$ ,  $M_{4pk}^{(rv)}$  получаются соответственно из  $M_{1pk}^{(rv)}$ ,  $M_{2pk}^{(rv)}$ , если в них заменить  $l_j$ ,  $A_{pk}^{(jrv)}$ ,  $D_{pk}^{(jrv)}$  на  $n_j$ ,  $B_{pk}^{(jrv)}$ ,  $D_{pk}^{(2rv)}$ . Коэффициенты же  $N_{npk}^{(rv)}$  получаются из  $M_{npk}^{(rv)}$ , если в последних заменить  $t_j$  на  $s_j$ .

Постоянные  $\alpha_{vk}$ ,  $\beta_{vk}$  зависят от способа загрузкии полуплоскости и закрепления отверстий.

Система (1.8) оказывается квазирегулярной при любой близости отверстий друг от друга и от границы полуплоскости. Доказательство этого факта проводится так же, как и в работах [1, 2].

Рассмотрение полуплоскости, ослабленной четным числом эллиптических отверстий  $L_r$  ( $r = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$ ) (фиг. 2), проводится аналогичным образом. Только в этом случае в выражениях (1.3) сле-



Фиг. 2.

дует опустить член, соответствующий значению  $r = 0$ , а в соотношениях (1.4) вместо  $2rl$  взять  $(2r \mp 1)l$ . Знак  $+$  или  $-$  следует брать

соответственно, в случае, если  $r > 0$  или  $r < 0$ , т. е. когда контур  $L_r$  располагается справа или слева от начала координат. Система для определения постоянных  $a_{\nu k}$ ,  $b_{\nu k}$  в этом случае получается такая же, как и система (1.8), с той лишь разницей, что  $\nu$  и  $r$  не принимают нулевого значения.

После определения коэффициентов  $a_{\nu k}$ ,  $b_{\nu k}$  функции  $\Phi_j(z_j)$  становятся известными. Через эти функции находятся напряжения в полуплоскости

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \sigma_x^0 + 2 \operatorname{Re} [\mu_1^2 \Phi_1'(z_1) + \mu_2^2 \Phi_2'(z_2)] \\ \sigma_y &= \sigma_y^0 + 2 \operatorname{Re} [\Phi_1'(z_1) + \Phi_2'(z_2)] \\ \tau_{xy} &= \tau_{xy}^0 - 2 \operatorname{Re} [\mu_1 \Phi_1'(z_1) + \mu_2 \Phi_2'(z_2)]\end{aligned}\quad (1.10)$$

где  $\sigma_x^0$ ,  $\sigma_y^0$ ,  $\tau_{xy}^0$  — напряжения, возникшие в сплошной полуплоскости под действием приложенных к ней на бесконечности усилий.

Некоторые упрощения в полученных формулах возникают в случае ортотропной полуплоскости, когда  $\mu_1 = i\beta$ ,  $\mu_2 = i\delta$ .

Если предполагать, что для ортотропной полуплоскости имеет место упругая, силовая и геометрическая симметрия относительно оси  $y$ , то получим

$$\Phi_j'(z_j) = \overline{\Phi_j'(-\bar{z}_j)} \quad (1.11)$$

Учитывая это соотношение, легко показать, что между коэффициентами, входящими в разложения (1.3), существует следующая связь:

$$a_{-rk} = (-1)^{k+1} \bar{a}_{rk}, \quad b_{-rk} = (-1)^{k+1} \bar{b}_{rk} \quad (1.12)$$

Следовательно, для данной полуплоскости, ослабленной нечетным числом эллиптических отверстий, расположенных вдоль прямой границы, функцию  $\Phi_1(z_1)$  следует выбирать в виде

$$\begin{aligned}\Phi_1(z_1) &= \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{a_{0k}}{[\zeta_{10}(z_1)]^k} + \frac{l_1 \bar{a}_{0k}}{[\bar{\zeta}_{10}(z_1)]^k} + \frac{n_1 \bar{b}_{0k}}{[\bar{\zeta}_{20}(z_1)]^k} \right\} + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{r=1}^N \left\{ \frac{a_{rk}}{[\zeta_{1r}(z_1)]^k} + \frac{l_1 \bar{a}_{rk}}{[\bar{\zeta}_{1r}(z_1)]^k} + \frac{n_1 \bar{b}_{rk}}{[\bar{\zeta}_{2r}(z_1)]^k} + \right. \\ &\left. + (-1)^{k+1} \left[ \frac{\bar{a}_{rk}}{[\zeta_{1,-r}(z_1)]^k} + \frac{l_1 a_{rk}}{[\bar{\zeta}_{1,-r}(z_1)]^k} + \frac{n_1 b_{rk}}{[\bar{\zeta}_{2,-r}(z_1)]^k} \right] \right\}\end{aligned}\quad (1.13)$$

Здесь  $\zeta_{in}(z_1)$ ,  $\bar{\zeta}_{jn}(z_1)$  ( $n = \pm r$ ) — функции, определяемые из соотношений (1.4), где нужно принять  $\alpha = \gamma = 0$ . Аналогичное выражение получается для  $\Phi_2(z_2)$ .

При таком выборе функций для определения постоянных  $a_{rk}$ ,  $b_{rk}$  достаточно удовлетворить граничным условиям на контуре среднего отверстия и на контурах отверстий, расположенных вправо (влево) от оси  $y$ . При этом граничные условия на контурах остальных отверстий удовлетворяются автоматически.

В случае четного числа отверстий следует поступать так же, как это указано ранее для неортотропной полуплоскости.

§ 2. Пусть ортотропная полуплоскость ослаблена двумя одинаковыми эллиптическими отверстиями, центры которых находятся на расстоянии  $h$  от границы полуплоскости и на расстоянии  $2l$  друг от друга.

В этом случае

$$\Phi_1(z_1) = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{a_k}{[\zeta_{11}(z_1)]^k} + \frac{l_1 \bar{a}_k}{[\bar{\zeta}_{11}(z_1)]^k} + \frac{n_1 \bar{b}_k}{[\bar{\zeta}_{21}(z_1)]^k} + \right. \\ \left. + (-1)^{k+1} \left[ \frac{\bar{a}_k}{[\bar{\zeta}_{1,-1}(z_1)]^k} + \frac{l_1 a_k}{[\zeta_{1,-1}(z_1)]^k} + \frac{n_1 b_k}{[\zeta_{2,-1}(z_1)]^k} \right] \right\} \quad (2.1)$$

Здесь опущен индекс 1 у коэффициентов  $a_{1k}$ ,  $b_{1k}$ . Комплексные переменные  $\zeta_{1n}(z_1)$ ,  $\bar{\zeta}_{jn}(z_1)$  ( $n = \pm 1$ ) определяются из равенств

$$z_1 - nl = R_1 \left( \zeta_{1n} + \frac{m_1}{\zeta_{1n}} \right)$$

$$z_1 - nl + 2i\beta h = R_1 \left( \bar{\zeta}_{1n} + \frac{m_1}{\bar{\zeta}_{1n}} \right) \quad (2.2)$$

$$z_1 - nl + i(\beta + \delta)h = R_2 \left( \bar{\zeta}_{2n} + \frac{m_2}{\bar{\zeta}_{2n}} \right)$$

Для функции  $\Phi_2(z_2)$  получаются аналогичные соотношения.

Из граничных условий на контуре правого отверстия получим бесконечную систему для определения постоянных  $a_k$ ,  $b_k$

$$t_1 a_k + t_2 b_k + \sum_{p=1}^{\infty} [M_{1pk} \bar{a}_p + M_{2pk} a_p + M_{3pk} \bar{b}_p + M_{4pk} b_p] = a_k \quad (2.3)$$

$$s_1 a_k + s_2 b_k + \sum_{p=1}^{\infty} [N_{1pk} \bar{a}_p + N_{2pk} a_p + N_{3pk} \bar{b}_p + N_{4pk} b_p] = \beta_k$$

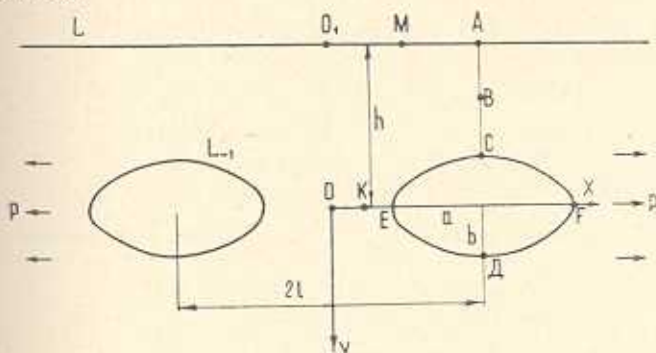
где

$$M_{1pk} = t_1 l_1 m_1^k A_{pk}^{(11)} + t_2 l_2 m_2^k A_{pk}^{(21)} + (-1)^{p+1} [\bar{t}_1 l_1 \bar{A}_{pk}^{(1,-1)} + \\ + \bar{t}_2 l_2 \bar{A}_{pk}^{(2,-1)} + t_1 m_1^k C_{pk}^{(1,-1)}]$$

$$M_{2pk} = \bar{t}_1 l_1 \bar{A}_{pk}^{(11)} + \bar{t}_2 l_2 \bar{A}_{pk}^{(21)} + (-1)^{p+1} [t_1 l_1 m_1^k A_{pk}^{(1,-1)} + \\ + t_2 l_2 m_2^k A_{pk}^{(2,-1)} + \bar{t}_1 \bar{C}_{pk}^{(1,-1)}]$$

Остальные коэффициенты получаются по аналогичным формулам так же, как и в случае общей анизотропии.

§ 3. Пусть полуплоскость растягивается усилиями интенсивности  $p$ , приложенными к ней на бесконечности параллельно прямолинейной границе (фиг. 3).



Фиг. 3.

В этом случае

$$\sigma_x^0 = p; \quad \sigma_y^0 = \tau_{xy}^0 = 0$$

Если эллиптические отверстия свободны, то

$$t_j = 1, \quad s_j = \nu_j, \quad \beta_1 = -\frac{ibp}{2}, \quad \alpha_1 = \alpha_k = \beta_k = 0 \quad (k \geq 2)$$

В случае эллиптических отверстий, подкрепленных абсолютно жесткими ядрами

$$t_j = p_j = a_{11}\nu_j^2 + a_{12}, \quad s_j = q_j = a_{12}\nu_j + \frac{a_{22}}{\nu_j}$$

$$\alpha_1 = -\frac{ap}{2} a_{12}; \quad \beta_1 = -\frac{ibp}{2} a_{12}; \quad \alpha_k = \beta_k = 0 \quad (k \geq 2)$$

где  $a_{ik}$  — упругие постоянные для полуплоскости.

При исследовании напряженного состояния полуплоскости, изготовленной из различных ортотропных материалов, нами в широких пределах варьировалось расстояние между контурами эллиптических отверстий и границей полуплоскости, расстояние между самими отверстиями, а также отношение полуосей отверстий  $c = b/a$ . Все вычисления по определению напряжений проводились на ЭВМ „Урал“-2, что позволило получить результаты высокой точности. Незначительную часть полученных результатов для одного случая фанерной полуплоскости ( $\nu_1 = i\beta = 4.11i$ ;  $\nu_2 = i\delta = 0.343i$ ), ослабленной двумя круговыми отверстиями, когда расстояние между их контурами равно половине радиуса одного из них, приводим в таблицах.

При приближенном решении квазирегулярной бесконечной системы (2.3) в ней оставлялось от восьми до шестнадцати уравнений с комплексными коэффициентами. Это позволило для рассматриваемых расстояний между контурами с большой точностью удовлетворить граничным условиям на контурах отверстий (граничные условия на границе полуплоскости удовлетворяются точно).

В табл. 1 даны значения напряжений  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  в наиболее интересных точках растягиваемой полуплоскости с двумя свободными круговыми отверстиями, а в табл. 2 — значения напряжений  $\sigma_\theta$  вблизи контура правого отверстия. Для случая, когда контуры отверстий были подкреплены жесткими кольцами, в табл. 3 приведены значения напряжений  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\tau_{r\theta}$ , действующих на контуре правого отверстия.

Таблица 1

Точки	$h/a$	$\sigma_x$					$\sigma_y$				
		3	2	1.5	1.25	1.1	3	2	1.5	1.25	1.1
A		0.991	1.049	1.056	0.853	0.827	0	0	0	0	0
B		1.280	1.572	2.043	2.738	4.156	0.070	0.080	0.082	0.079	0.038
C		4.669	5.064	5.948	7.489	10.062	0.000	0.000	-0.000	-0.008	-0.076
D		4.551	4.671	4.851	5.062	5.274	0.000	0.000	-0.000	-0.003	-0.028
E		-0.005	-0.005	-0.005	-0.005	-0.003	-0.381	-0.361	-0.266	-0.143	0.013
F		-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	0.000	-0.706	-0.746	-0.785	-0.774	-0.565

Таблица 2

$h/a$	3	2	1.5	1.25	1.1
0	-0.706	-0.746	-0.785	-0.774	-0.565
30	0.096	0.115	0.149	0.202	0.321
60	0.994	0.960	1.032	1.094	1.159
90	4.551	4.671	4.851	5.061	5.274
120	0.325	0.336	0.363	0.392	0.406
150	-0.151	-0.145	-0.115	-0.075	-0.010
180	-0.381	-0.381	-0.266	-0.143	0.013
210	-0.155	-0.179	-0.212	-0.249	-0.267
240	0.332	0.273	0.113	-0.185	-0.753
270	4.669	5.064	5.948	7.489	10.062
300	0.897	0.883	0.792	0.461	-0.381
330	0.028	-0.043	-0.176	-0.351	-0.465

Проведенные исследования напряженного состояния показывают, что при сближении отверстий к границе полуплоскости напряжения сильно возрастают в зоне между контурами в точках, близких к контурам. Особенно большие напряжения возникают вблизи точек C и O<sub>1</sub>. При сближении отверстий друг с другом напряжения возрастают в



точках прямолинейной границы и убывают около отверстий. Большая концентрация напряжений наблюдается также при  $c > 1$  и для полуплоскости с сильно выраженной анизотропией. Влияние одного контура на напряженное состояние около других становится незначи-

Таблица 3

$h/a$	3			1.5			1.1		
	$\sigma_r$	$\sigma_\theta$	$\tau_{r\theta}$	$\sigma_r$	$\sigma_\theta$	$\tau_{r\theta}$	$\sigma_r$	$\sigma_\theta$	$\tau_{r\theta}$
0	1.307	0.046	0.003	1.274	0.045	-0.002	1.255	0.044	-0.010
30	1.009	0.290	-0.559	0.990	0.278	-0.558	0.981	0.270	-0.564
60	0.393	0.823	-0.614	0.382	0.815	-0.614	0.376	0.816	-0.620
90	0.039	0.007	-0.162	0.029	0.006	-0.166	0.023	0.005	-0.174
120	0.223	0.446	0.326	0.209	0.426	0.315	0.149	0.400	0.297
150	1.064	0.294	0.606	1.020	0.280	0.584	0.963	0.264	0.553
180	2.140	0.076	0.000	2.055	0.073	-0.005	1.941	0.069	-0.006
210	1.064	0.295	-0.573	1.013	0.272	-0.592	0.952	0.249	-0.566
240	0.226	0.447	-0.325	0.210	0.429	-0.318	0.197	0.412	-0.309
270	0.042	0.007	0.158	0.037	0.007	0.120	0.019	0.002	0.026
300	0.389	0.813	0.607	0.349	0.734	0.548	0.287	0.600	0.448
330	1.001	0.285	0.541	0.950	0.268	0.534	0.904	0.256	0.505

тельным, если расстояние между рассматриваемыми контурами больше диаметра отверстия. Подкрепление отверстий сильно снижает концентрацию напряжений около контуров, а также роль анизотропии, формы отверстий и расстояния между ними и границей полуплоскости.

Донецкий государственный университет

Поступила 17 V 1968

Ս. Ա. ԿԱՌԵՐՈՎ

ԵՂՐԻ ԵՐԿԱՅՆՔՈՎ ԴԱՍԱՎՈՐՎԱԾ, ՎԵՐՋԱՎՈՐ ԹՎՈՎ ԷԼԻՊՏԱԿԱՆ ԱՆՅՔԵՐՈՎ ԱՆԻՉՈՏՐՈՊ ԿԻՍԱՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ԼԱՐՎԱԾԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿԸ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Դիտարկվում է՝ երբի երկայնքով դասավորված, վերջավոր թվով էլիպտական անցքերով, անիզոտրոպ կիսահարթուկային առաձգական հավասարակշռության խնդիրը:

Խնդիրը բերվում է՝ գծային հանրահաշվական հավասարումների անվերջ, քվադրոնկուլյար սխեմի լուծմանը:

Մանրամասն ուսումնասիրվում է լարումների բաշխվածությունը, երկու էլիպտական անցքերով, օրթոտրոպ կիսահարթուկային ձգման դեպքում:

S. A. KALOEROV

THE STRAINED STATE OF AN ANISOTROPIC SEMI-PLANE  
WITH ELLIPTIC HOLES, LYING ALONG THE BOUNDARY

## S u m m a r y

The paper presents the problem of elastic equilibrium of an anisotropic semi-plane with finite number of elliptic holes, lying along the boundary.

The problem is reduced to the solution of an infinite quasi-regular system at linear algebraic equations.

A detailed analysis at the stress distribution in an expanding orthotropic semi-plane with two elliptic holes are given.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Калоеров С. А. Напряженное состояние анизотропной полуплоскости с конечным числом эллиптических отверстий. Прикл. мех., т. II, вып. 10, 1966.
2. Космодамианский А. С. Квазирегулярность бесконечных систем в задачах о напряженном состоянии анизотропной среды с эллиптическими отверстиями. Прикл. мех., т. I, вып. 10, 1965.
3. Гурьянов В. М., Космодамианский А. С. Растяжение изотропной пластинки с двумя эллиптическими отверстиями. В сб. „Некоторые задачи теории упругости о концентрации напряжений и деформация упругих тел“, вып. 2. Изд-во Саратовского университета, 1965.
4. Лехницкий С. Г. Анизотропные пластинки. Гостехиздат, М., 1957.