

— А. М. БАРХУДАРЯН

## ДВИЖЕНИЕ КРЫЛА КРУГОВОЙ В ПЛАНЕ ФОРМЫ ВБЛИЗИ ЭКРАНА

В летательных аппаратах часто применяется крыло круговой в плане формы. В работе Н. Е. Кочина [1] построена теория крыла конечного размаха круговой формы в плане. При построении этой теории автор рассматривает крыло тонким, а движение крыла — происходящим в безграничном пространстве жидкости. Однако, при разработке и конструировании летательных аппаратов необходимо учитывать влияние земли, особенно при посадке и взлете, когда это влияние имеет большое значение. Поэтому и задача об обтекании крыльев, помещенных вблизи твердой стенки, приобретает большую актуальность. Необходимо учитывать также толщину профиля крыла.

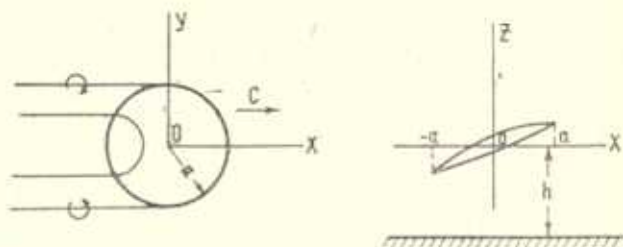
В настоящей статье рассматривается поступательное прямолинейное движение круглого, дискообразного и слабо изогнутого крыла вблизи экрана.

Как и в работе Н. Е. Кочина [1], при решении этой задачи учитывается распределение присоединенных вихрей вдоль поверхности крыла. Берется правая система прямолинейных прямоугольных координат  $x, y, z$ .

Пусть крыло движется поступательно вдоль оси  $x$  со скоростью  $c$  или, пользуясь принципом обратимости, крыло неподвижно и на него набегает поступательный поток по направлению оси  $x$ , скорость которого в бесконечности равна  $-c$ .

Проекция крыла на плоскость  $xy$  имеет форму круга радиуса  $a$  с центром в начале координат.

Проекция и разрез крыла показаны на фиг. 1. Здесь  $h$  — расстояние до экрана.



Фиг. 1.

Пусть  $z_2 = \zeta_2(x, y)$  представляет уравнение верхней поверхности крыла, а  $z_1 = \zeta_1(x, y)$  — нижней. Первые производные от  $\zeta_1$  и  $\zeta_2$  по  $x$

и  $y$  предполагаются [1] малыми величинами, так что можно принимать

$$\cos(n_1, x) = -\frac{\partial \zeta_1}{\partial x}, \quad \cos(n_2, x) = -\frac{\partial \zeta_2}{\partial x}$$

Жидкость, как и в работе [1], предполагается несжимаемой, а движение — безвихревым, установившимся и происходящим при отсутствии внешних сил.

Скорость частиц на задней кромке крыла предполагается ограниченной, а на передней кромке — стремящейся к бесконечности [1].

На полосе  $|y| < a$ ,  $x < 0$  в плоскости  $xy$  функция  $\varphi(x, y, z)$  — потенциал скорости терпит разрыв, а в остальной части полупространства потенциал скорости и его частные производные непрерывны.

Составляющие скорости частиц по соответствующим осям определяются следующими соотношениями:

$$u_x = -c + \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad u_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad u_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

Задача линеаризуется путем замены условия на поверхности крыла условием на поверхности круга, расположенного в плоскости  $xy$ . Тогда граничные условия будут иметь следующий вид: условие на поверхности крыла —

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|_{z=0} = -c \frac{\partial \zeta_2}{\partial x}, \quad (x^2 + y^2 < a^2) \quad (1)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|_{z=-0} = -c \frac{\partial \zeta_1}{\partial x}, \quad (x^2 + y^2 < a^2) \quad (2)$$

где  $c$  — скорость движения крыла.

Так как давление должно быть непрерывным при переходе через поверхность разрыва, получается условие:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{z=-0}, \quad (|y| < a, x^2 + y^2 > a^2, x < 0) \quad (3)$$

Кинематическое условие на поверхности разрыва будет

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_{z=+0} = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_{z=-0}$$

т. е. нормальная составляющая скорости должна оставаться непрерывной при переходе через поверхность разрыва. Однако, направление нормали поверхности разрыва мало отличается от направления оси  $z$ , поэтому условие непрерывности  $\partial \varphi / \partial n$  можно заменить условием

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|_{z=+0} = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|_{z=-0} \quad (|y| < a, x^2 + y^2 > a^2, x < 0) \quad (4)$$

Условие на экране будет

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|_{z=-h} = Q(x, y) \quad (5)$$

где  $Q(x, y)$  — заданная функция для данного экрана.

При плоском экране, параллельном плоскости  $xy$ ,  $Q(x, y) = 0$ .  
Условие на бесконечности будет

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

Таким образом,  $\varphi(x, y, z)$  должна быть гармонической функцией, регулярной в области, получающейся из всего бесконечного полупространства вырезанием круга радиуса  $a$  и бесконечной полуполосы шириною  $2a$ . Эта функция должна удовлетворять намеченным граничным условиям.

Прежде чем построить функцию  $\varphi(x, y, z)$ , построим гармонические функции в цилиндрических координатах при  $z > 0$   $\Phi_2(r, \vartheta, z)$  и при  $-h < z < 0$   $\Phi_1(r, \vartheta, z)$ , удовлетворяющие следующим условиям:

$$\left. \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \right|_{z=-h} = f_3(r, \vartheta) \quad (0 < r < \infty) \quad (7)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \right|_{z=0} = f_1(r, \vartheta) \quad (0 < r < a) \quad (8)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \right|_{z=0} = f_2(r, \vartheta) \quad (0 < r < a) \quad (9)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \right|_{z=0} \quad (a < r < \infty) \quad (10a)$$

$$\Phi_1|_{z=0} = \Phi_2|_{z=0} \quad (a < r < \infty) \quad (10b)$$

Для удобства расчетов примем

$$y = r \cos \vartheta, \quad x = -r \sin \vartheta$$

Как функции  $f_1(r, \vartheta)$ ,  $f_2(r, \vartheta)$  и  $f_3(r, \vartheta)$ , так и их первые производные по  $r$  и  $\vartheta$  предполагаются непрерывными.

Уравнение неразрывности в цилиндрических координатах следующее:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \vartheta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (11)$$

Можно найти бесчисленное множество частных интегралов, если воспользоваться приемом разделения переменных, что приводит к интегрированию обыкновенного дифференциального уравнения.

Для нахождения частного интеграла данного уравнения предполагается:

$$\Phi(r, \vartheta, z) = R(r) \Theta(\vartheta) Z(z) \quad (12)$$

где  $R(r)$ ,  $\Theta(\vartheta)$  и  $Z(z)$  — некоторые функции  $r$ ,  $\vartheta$  и  $z$  соответственно.

Подставляя (12) в (11), получим

$$\frac{R''}{R} + \frac{1}{r} \frac{R'}{R} + \frac{\Theta''}{r^2 \Theta} + \frac{Z''}{Z} = 0 \quad (13)$$

Первые три слагаемых не содержат  $z$ , потому и  $Z''/Z$  не должно ее содержать. Но с другой стороны, отношение  $Z''/Z$  не содержит  $r$  и  $\vartheta$ , поэтому должно быть постоянным, т. е.

$$\frac{Z''}{Z} = \lambda^2 \quad \text{или} \quad Z'' - \lambda^2 Z = 0$$

Общим решением этого уравнения является

$$Z = A_k(\lambda) e^{\lambda z} + B_k(\lambda) e^{-\lambda z} \quad (14)$$

В связи с тем, что при  $z \rightarrow +\infty$  функция  $\Phi$  и ее частные производные должны быть ограничены, для верхнего полупространства мы должны положить  $A_k(\lambda) = 0$  и брать

$$Z = C_k(\lambda) e^{-\lambda z} \quad (14a)$$

Точно также отношение  $\Theta''/\Theta$  должно быть постоянной величиной.

Так как функция  $\Theta$  должна быть периодической относительно  $\vartheta$ , берется:

$$\frac{\Theta''}{\Theta} = -k^2$$

Этому уравнению удовлетворяют функции  $\cos k\vartheta$  и  $\sin k\vartheta$ . Учитывая условие симметричности задачи относительно плоскости  $xoz$ , возьмем

$$\Theta = \sin k\vartheta \quad (15)$$

Тогда из (13) получим следующее уравнение:

$$R'' + \frac{1}{r} R' + \left( \lambda^2 - \frac{k^2}{r^2} \right) R = 0$$

являющееся уравнением Бесселя.

Согласно краевым условиям, функция  $R(r)$  ограничена при  $0 < r < \infty$ .

При этом решением данного уравнения является функция Бесселя порядка „ $k$ “, т. е.

$$R = J_k(r\lambda) \quad (16)$$

Сопоставляя сказанное относительно функций  $R(r)$ ,  $\Theta(\theta)$  и  $Z(z)$  и вспоминая равенство (12), для уравнения Лапласа (11) получаем интеграл при  $-h < z < 0$

$$\Phi_1 = \sum_{k=1}^{\infty} \sin k\theta \int_0^{\infty} J_k(\lambda r) [A_k(\lambda) e^{\lambda z} + B_k(\lambda) e^{-\lambda z}] d\lambda \quad (17)$$

при  $z > 0$

$$\Phi_2 = \sum_{k=1}^{\infty} \sin k\theta \int_0^{\infty} J_k(\lambda r) C_k(\lambda) e^{-\lambda z} d\lambda \quad (18)$$

Разлагая далее правые части (7), (8) и (9) в промежутке  $(0, \pi)$  в ряды по синусам, получим

$$f(r, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} g_k(r) \sin k\theta$$

где

$$g_k(r) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(r, \theta) \sin k\theta d\theta$$

Разлагая функцию  $g_k(r)$  в свою очередь в ряд по собственным функциям, получим

$$g_k(r) = \int_0^{\infty} \lambda J_k(\lambda r) a_k(\lambda) d\lambda \quad (19)$$

где для  $f_1(r, \theta)$  и  $f_2(r, \theta)$

$$a_k(\lambda) = \int_0^a y J_k(y\lambda) g_k(y) dy \quad (20)$$

а для  $f_3(r, \theta)$

$$a_k^{(3)}(\lambda) = \int_0^{\infty} y J_k(y\lambda) g_k^{(3)}(y) dy \quad (21)$$

Представляя заданные функции  $f(r, \theta)$  в виде

$$f(r, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} \sin k\theta \int_0^{\infty} \lambda J_k(\lambda r) a_k(\lambda) d\lambda \quad (22)$$

и используя условие (7), для определения коэффициентов получим следующее уравнение:

$$A_k(\lambda) e^{-\lambda h} - B_k(\lambda) e^{\lambda h} = a_k^{(3)}(\lambda) \quad (23)$$

Используя условие

$$\left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} - \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \right)_{z=0} = \begin{cases} f_1(r, \theta) - f_2(r, \theta) & (0 < r < a) \\ 0 & (a < r < \infty) \end{cases}$$

и представляя  $f_1(r, \theta) - f_2(r, \theta)$  в форме

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sin k \theta \int_0^{\infty} \lambda J_k(\lambda r) a_k^{(2)}(\lambda) d\lambda$$

где

$$a_k^{(2)}(\lambda) = \frac{2}{\pi} \int_0^a y J_k(y \lambda) \int_0^{\pi} [f_1(r, \theta) - f_2(r, \theta)] \sin k \theta d\theta dy$$

получим еще одно уравнение для определения тех же коэффициентов:

$$A_k(\lambda) - B_k(\lambda) + C_k(\lambda) = a_k^{(2)}(\lambda) \quad (24)$$

Из условий (8), (9) и (11) получается

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} + \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \right)_{z=0} &= f_1(r, \theta) + f_2(r, \theta) & (0 < r < a) \\ (\Phi_1 - \Phi_2)_{z=0} &= 0 & (a < r < \infty) \end{aligned}$$

Разлагая  $f_1 + f_2$  в интервале  $(0, \pi)$  в ряд по синусам, получим

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi} \lambda J_k(\lambda r) [A_k(\lambda) - B_k(\lambda) - C_k(\lambda)] d\lambda &= g_k^{(1)}(r) \quad \text{при } r < a \\ \int_0^{\infty} J_k(\lambda r) [A_k(\lambda) + B_k(\lambda) - C_k(\lambda)] d\lambda &= 0 \quad \text{при } r > a \end{aligned} \quad (25)$$

Путем некоторых преобразований эти уравнения можно привести к дуальным интегральным уравнениям, решение которых дано в работе [3].

Решение таких уравнений приводится к решению интегрального уравнения Фредгольма второго рода

$$\begin{aligned} A_k(\lambda) + B_k(\lambda) - C_k(\lambda) &= 2\lambda^{\frac{1}{2}} \int_0^a x J_{k+\frac{1}{2}}(\lambda x) \int_0^{\pi} t^{\frac{1}{2}} J_{k+\frac{1}{2}}(tx) B_k(t) dt dx + \\ &+ \frac{\sqrt{2} \lambda^{\frac{1}{2}}}{\pi^{\frac{1}{2}}} \int_0^{\pi} x^{\frac{1}{2}-k} J_{k+\frac{1}{2}}(\lambda x) \int_0^{\pi} g_k^{(1)}(t) t^{k+1} (x^2 - t^2)^{-\frac{1}{2}} dt dx \quad (0 < r < a) \end{aligned} \quad (26)$$

Теперь из уравнений (23), (24) и (26) для данной задачи определяются коэффициенты  $A_k(\lambda)$ ,  $B_k(\lambda)$  и  $C_k(\lambda)$ .

Легко доказать, что  $\Phi_1(r, \theta, z)$  и  $\Phi_2(r, \theta, z)$  остаются конечными, а  $(\partial\Phi_1/\partial x)_{z=0}$  и  $(\partial\Phi_2/\partial x)_{z=0}$  стремятся к бесконечности порядка  $1/\sqrt{a^2 - r^2}$  при  $r \rightarrow a$ .

Учитывая уравнение (26), получим

$$\left( \frac{\partial\Phi_1}{\partial x} - \frac{\partial\Phi_2}{\partial x} \right)_{z=0} = 0 \quad \text{при } r > a.$$

Если теперь принять

$$f_1(r, \theta) = -c \frac{\partial \chi_1}{\partial x}, \quad f_2(r, \theta) = -c \frac{\partial \chi_2}{\partial x}$$

$$\text{и } f_3(r, \theta) = Q(r, \theta)$$

построенная функция  $\Phi(r, \theta, z)$  будет удовлетворять уравнению Лапласа и всем граничным условиям поставленной задачи, кроме условия конечности скорости у задней кромки крыла.

Для получения решения поставленной задачи принимается

$$\varphi(r, \theta, z) = \Phi(r, \theta, z) + H(r, \theta, z)$$

так, чтобы функция  $\varphi(r, \theta, z)$  удовлетворяла всем граничным условиям.

Граничные условия, налагаемые на функцию  $H(r, \theta, z)$ , а также построение этой функции будут даны в следующей статье.

Если рассмотреть движение диска в безграничном пространстве, заполненном жидкостью ( $h \rightarrow \infty$ ), получим

$$B_k(\lambda) = 0$$

$$A_k(\lambda) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^a y J_k(y\lambda) \int_0^\pi [f_1(y, \theta) - f_2(y, \theta)] \sin k\theta d\theta dy + \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{2}\lambda^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\pi}} \int_0^a x^{\frac{1}{2}-k} J_{k+\frac{1}{2}}(\lambda x) \int_0^x g_k^{(1)}(\rho) \rho^{k+1} (x^2 - \rho^2)^{-\frac{1}{2}} d\rho dx \right\}$$

$$C_k(\lambda) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^a y J_k(y\lambda) \int_0^\pi [f_1(y, \theta) - f_2(y, \theta)] \sin k\theta d\theta dy - \right. \\ \left. - \frac{\sqrt{2}\lambda^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\pi}} \int_0^a x^{\frac{1}{2}-k} J_{k+\frac{1}{2}}(\lambda x) \int_0^x g_k^{(1)}(\rho) \rho^{k+1} (x^2 - \rho^2)^{-\frac{1}{2}} d\rho dx \right\}$$

При рассмотрении движения тонкого крыла в безграничном пространстве жидкости получим

$$A_k(\lambda) = -C_k(\lambda) = \frac{\lambda^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2\pi}} \int_0^a x^{\frac{1}{2}-k} J_{k+\frac{1}{2}}(\lambda x) \int_0^x g_k^{(1)}(\rho) \rho^{k+1} (x^2 - \rho^2)^{-\frac{1}{2}} d\rho dx$$

В качестве примера рассматривается движение тонкого крыла в безграничном пространстве жидкости.

Если уравнение поверхности крыла имеет вид  $z = ax$ , получим

$$f_1(r, \theta) = f_2(r, \theta) = -ca$$

$$g_k^{(1)}(\rho) = -\frac{4ca}{\pi} \frac{1 - \cos k\pi}{k}$$

При этом

$$A_k(\lambda) = -C_k(\lambda) = -\frac{\sqrt{2}}{\pi} ca \frac{1 - \cos k\pi}{k} \frac{\Gamma\left(\frac{k+2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k+3}{2}\right)} \lambda^{\frac{1}{2}} \int_0^a t^{\frac{3}{2}} J_{k+\frac{1}{2}}(\lambda t) dt$$

Подставляя полученные значения для  $A_k(\lambda)$  и  $C_k(\lambda)$  в (13) и (14), вычисляя значения  $\Phi_1(r, \theta, 0)$  и  $\Phi_2(r, \theta, 0)$ , получим

$$\Phi_1(r, \theta, 0) = -\Phi_2(r, \theta, 0) =$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{\pi} ca \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 - \cos k\pi}{k} \frac{\Gamma\left(\frac{k+2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k+3}{2}\right)} \int_0^a t^{\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} \lambda^{\frac{1}{2}} J_k(\lambda r) J_{k+\frac{1}{2}}(\lambda t) d\lambda dt$$

Учитывая, что

$$\int_0^{\infty} \lambda^{\frac{1}{2}} J_k(\lambda r) J_{k+\frac{1}{2}}(\lambda t) d\lambda = \begin{cases} 0 & \text{при } r > t \\ \frac{\sqrt{2}(t^2 - r^2)^{-\frac{1}{2}} r^k}{\sqrt{\pi} t^{k+\frac{1}{2}}} & \text{при } r < t \end{cases}$$

легко получим

$$\Phi_1(r, \theta, 0) = -\Phi_2(r, \theta, 0) =$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{при } r > a \\ -\frac{2ca}{\pi^{\frac{3}{2}}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 - \cos k\pi}{k} \frac{\Gamma\left(\frac{k+2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k+3}{2}\right)} r^k \sin k\theta \int_r^a t^{1-k} (t^2 - r^2)^{-\frac{1}{2}} dt & \text{при } r < a \end{cases}$$

Рассматривая интеграл

$$\int_r^a \frac{t dt}{t^k \sqrt{t^2 - r^2}} = \frac{\sqrt{a^2 - r^2}}{a^k} + k \int_r^a \frac{(t^2 - r^2)^{\frac{1}{2}}}{t^{k+1}} dt$$



получим

$$\Phi_1(r, \theta, 0) = -\Phi_2(r, \theta, 0) =$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{при } r > a \\ -\frac{2c\alpha}{\pi^{\frac{3}{2}}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 - \cos k\pi}{k} \frac{\Gamma\left(\frac{k+2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k+3}{2}\right)} r^k \sin k\theta \left[ \frac{\sqrt{a^2 - r^2}}{a^k} + \right. & \text{при } r < a \\ \left. + k \int_r^a \frac{dt}{t^{k+1} \sqrt{t^2 - r^2}} \right] & \end{cases}$$

Вычисляя  $\partial\Phi_1/\partial r$  и  $\partial\Phi_2/\partial r$  при  $z=0$ , а также учитывая, что при  $r \rightarrow a$  величины

$$\frac{\sqrt{a^2 - r^2}}{a^k}, \quad \int_r^a \frac{(t^2 - r^2)^{\frac{1}{2}}}{t^{k+1}} dt \quad \text{и} \quad \int_r^a \frac{dt}{t^{k+1} \sqrt{t^2 - r^2}}$$

остаются конечными, получим при  $r \rightarrow a$

$$\frac{\partial\Phi_1}{\partial r} \Big|_{z=0} = -\frac{\partial\Phi_2}{\partial r} \Big|_{z=0} =$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{при } r > a \\ \frac{2c\alpha}{\pi^{\frac{3}{2}}} \frac{1}{\sqrt{a^2 - r^2}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 - \cos k\pi}{k} \frac{\Gamma\left(\frac{k+2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k+3}{2}\right)} \sin k\theta + 0(1) & \text{при } r < a \end{cases}$$

где  $0(1)$  означает остальную часть, которая остается ограниченной.

Таким образом, при движении тонкого крыла в неограниченной среде жидкости, полученная функция  $\Phi(r, \theta, z)$  симметрична относительно плоскости  $xy$ , что и следовало ожидать.

Ереванский политехнический институт  
им. К. Маркса

Поступила 8 I 1968

Ա. Մ. ԲԱՐԼՈՒԴԱՐՅԱՆ

ՇՐՋԱՆԱԶԵՎ ԹԵՎԻ ՇԱՐՃՈՒՄԸ ԷԿՐԱՆԻ ՄՈՏ

Ա. մ. փ. ո. փ. ո. լ. մ.

Թույլատրվում է հանդիսանալ և պատճեններ արձակել միայն համապատասխան հարցումների դեպքում: Այլու համար թույլատրվում է օգտագործել համապատասխան հարցումների դեպքում, այնպես էլ նրա հաստատվածը և էկրանի անկախությունը:

Հողվածում զիտարկված է անսեղմելի հեղուկի միջավայրում պլանում շրջանաձև թևի շարժումը կիրանի մոտ:

Թևի հաստությունը հաշվի է առնվում, վերցնելով նրա վերին և ներքին մակերևույթների համար տարբեր հավասարումներ:

Շարժումը զիտվում է պոտենցիալային:

Տրվում է արագություն պոտենցիալը ներկայացնող ֆունկցիային վերագրվող եզրային պայմանները:

Հողվածում տրվում է գլանային կոորդինատային սխեմայում հարմունիկ  $\Phi(r, \vartheta, z)$  ֆունկցիայի կառուցումը, որը բավարարում է դրված (7), (8), (9), (10a) և (10b) եզրային պայմաններին: Կատարվում է այդ ֆունկցիայի և նրա մասնակի ածանցյալների ուսումնասիրությունը:

Կառուցված  $\Phi(r, \vartheta, z)$  ֆունկցիան բավարարում է  $\varphi(x, y, z)$  ֆունկցիային վերագրված պայմաններին, բացի թևի հետևի եզրագծում արագության վերջավոր լինելու պայմանից:

Որպես մասնավոր դեպքեր զիտարկվում են բարակ թևի շարժումը կիրանի մոտ, վերջավոր հաստություն ունեցող թևի շարժումը հեղուկի անսահման տարածության մեջ և բարակ թևի շարժումը հեղուկի անսահման տարածության մեջ: Որպես օրինակ զիտարկվում է  $\Phi(r, \vartheta, z)$  ֆունկցիայի և նրա  $(\partial\Phi/\partial x)_{z=0}$  ածանցյալի որոշումը անսեղմելի հեղուկի անսահման տարածության մեջ բարակ թևի շարժման դեպքում, երբ թևի մակերևույթի հավասարումը տրված է  $z = \pm x$  տեսքով:

A. M. BARKHOODARIAN

## THE MOVEMENT OF A CIRCULAR WING NEAR THE SCREEN

### S u m m a r y

In this paper the movement of a circular wing in the plane near the screen in the middle of an incompressible fluid is considered.

The thickness of the wing is studied by taking different equations for its upper and lower surfaces.

The movement is considered as a potential one. The potential of the velocity is designated by  $\varphi(x, y, z)$ . In the paper the construction of the function  $\Phi(r, \vartheta, z)$  is given, which satisfies the boundary conditions of the function  $\varphi(x, y, z)$ , except the continuity condition of velocity at the back margin of the wing.

We consider a few particular cases of the posed question.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Кочин Н. Е. Собрание сочинений, т. II. Изд. АН СССР, М.—Л., 1949.
2. Кузьмин Р. О. Бесселевы функции. Изд. ОНТИ, М.—Л., 1935.
3. Noble B. B. The solution of Bessel function dual integral equations by a multiplying-factor method. Cambridge philosophical society (Mathematical and physical sciences), vol. 59, part 2, 1963.