

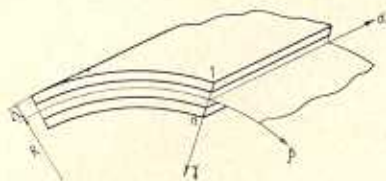
Г. З. МИКАЕЛЯН

УСТОЙЧИВОСТЬ СЛОИСТЫХ ОРТОТРОПНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПОД ДЕЙСТВИЕМ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ НАГРУЗОК

Среди многочисленных исследований устойчивости упругих оболочек все чаще встречаются задачи, в которых начальное напряженное состояние оболочки считается моментным [1—5]. Эти исследования проводятся на основе уравнений, полученных в монографиях [6, 7] с учетом гипотезы Кирхгоффа-Лява. Вывод аналогичных уравнений с учетом сдвига в срединной поверхности оболочки приводится в работе В. М. Даревского [8].

В настоящей статье рассматривается устойчивость несимметрично собранной ортотропной замкнутой цилиндрической оболочки под действием равномерно распределенного внешнего давления и нецентрального* осевого сжатия. Предполагается, что докритическое состояние оболочки является осесимметричным и моментным.

1. Пусть круговая цилиндрическая оболочка составлена из слоев, материалы которых ортотропны. Рассмотрим такую оболочку в системе криволинейных ортогональных координат α, β, γ (фиг. 1).



Фиг. 1.

Предположим, что плоскости упругой симметрии материала каждого слоя перпендикулярны к координатным линиям α, β, γ . Будем считать, что для всего пакета упругой оболочки в целом справедлива гипотеза недеформируемых нормалей.

Допустим, что оболочка нагружена симметрично относительно оси и ее осесимметричное напряженное состояние является моментным.

Имеем следующие уравнения равновесия и устойчивости оболочки [9—11]:

* В отличие от общепринятой схемы центрального осевого сжатия, считается, что сжимающие усилия приложены к торцам оболочки внецентренно по отношению к толщине стенки.

$$L(a_j)\varphi + L(a_k)w = -\frac{1}{2}L(w, w) - \frac{1}{R}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (1.1)$$

$$L(b_j)w - L(a_k)\varphi = L(w, \varphi) + \frac{1}{R}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + q$$

$$L(a_j)\delta\varphi + L(a_k)\delta w = -\frac{1}{2}L(\delta w, \delta w) - L(\delta w, w) - \frac{1}{R}\frac{\partial^2(\delta w)}{\partial x^2} \quad (1.2)$$

$$L(b_j)\delta w - L(a_k)\delta\varphi = L(\delta w, \delta\varphi) + L(\delta w, \varphi) + L(\delta\varphi, w) + \frac{1}{R}\frac{\partial^2(\delta\varphi)}{\partial x^2}$$

Здесь w — нормальное перемещение, φ — функция напряжений, δw и $\delta\varphi$ — соответствующие вариации

$$L(a_j) = a_1 \frac{\partial^4}{\partial x^4} + a_2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial \beta^2} + a_3 \frac{\partial^4}{\partial \beta^4}$$

$$L(a_k) = a_4 \frac{\partial^4}{\partial x^4} + a_5 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial \beta^2} + a_6 \frac{\partial^4}{\partial \beta^4}$$

$$L(x, y) = \frac{\partial^2 x}{\partial x^2} \frac{\partial^2 y}{\partial \beta^2} + \frac{\partial^2 x}{\partial \beta^2} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 x}{\partial x \partial \beta} \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial \beta}$$

$$a_1 = \frac{C_{11}}{\Omega}, \quad a_2 = \frac{1}{C_{66}} - 2 \frac{C_{12}}{\Omega}, \quad a_3 = \frac{C_{22}}{\Omega}$$

$$a_4 = \frac{1}{\Omega} (K_{12}C_{11} - K_{11}C_{12}), \quad \Omega = C_{11}C_{22} - C_{12}^2$$

$$a_5 = \frac{1}{\Omega} (K_{11}C_{22} - 2K_{12}C_{12} + K_{22}C_{11}) - 2 \frac{K_{66}}{C_{66}}$$

$$a_6 = \frac{1}{\Omega} (K_{12}C_{22} - K_{22}C_{12})$$

$$b_1 = D_{11} - D_{11}^0 = D_{11} - \frac{1}{\Omega} (K_{11}^2 C_{22} - 2K_{11}K_{12}C_{12} + K_{12}^2 C_{11})$$

$$b_2 = 2 \left\{ D_{12} - \frac{1}{\Omega} [K_{11}K_{12}C_{22} - (K_{11}K_{22} + K_{12}^2)C_{12} + K_{22}K_{12}C_{11}] + 2 \left(D_{66} - \frac{K_{66}}{C_{66}} \right) \right\}$$

$$b_3 = D_{22} - \frac{1}{\Omega} (K_{22}^2 C_{11} - 2K_{22}K_{12}C_{12} + K_{12}^2 C_{22})$$

где

$$C_{jk} = \sum_{i=1}^n B_{jk}^i (\delta_i - \delta_{i-1})$$

$$K_{jk} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n B_{jk}^i [(\delta_i^2 - \delta_{i-1}^2) - 2\Delta (\delta_i - \delta_{i-1})]$$

$$D_{jk} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n B_{jk}^i [(\delta_i^3 - \delta_{i-1}^3) - 3\Delta (\delta_i^2 - \delta_{i-1}^2) + 3\Delta^2 (\delta_i - \delta_{i-1})]$$

δ_i — расстояние внутренней поверхности i -го слоя от внешней поверхности оболочки,

$$B_{11}^i = \frac{E_1^i}{1 - \nu_1^i \nu_2^i}, \quad B_{22}^i = \frac{E_2^i}{1 - \nu_1^i \nu_2^i}, \quad B_{66}^i = G_{12}^i$$

$$B_{12}^i = \nu_1^i B_{22}^i = \nu_2^i B_{11}^i$$

В рассматриваемом случае соответствующие (1.1) линейные уравнения, характеризующие начальное напряженное состояние, приводятся к одному обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\left(b_1 + \frac{a_4^2}{a_1}\right) \frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{2a_4}{a_1 R} \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{w}{a_1 R^2} = \frac{A_{12}}{a_1 R} P + q \quad (1.3)$$

где P — интенсивность равномерного осевого сжатия, $A_{12} = -\frac{C_{12}}{\Omega}$.

Из (1.2) получаются следующие уравнения устойчивости осесимметричной равновесной формы оболочки:

$$L(a_j) \delta \varphi + L(a_k) \delta w = -L(\delta w, w) - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 (\delta w)}{\partial x^2} \quad (1.4)$$

$$L(b_j) \delta w - L(a_k) \delta \varphi = L(\delta w, \varphi) + L(\delta \varphi, w) + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 (\delta \varphi)}{\partial x^2}$$

К уравнениям (1.3), (1.4) соответственно будем присоединять граничные условия

$$M_1 = 0, \quad w = 0 \quad \text{при } x = 0, \quad x = l \quad (1.5)$$

$$\delta M_1 = \delta T_1 = \delta w = 0 \quad \text{при } x = 0, \quad x = l \quad (1.6)$$

которые отвечают свободному шарнирному опиранию оболочки по торцевым линиям $x = 0, x = l$ цилиндрической координатной поверхности радиуса R (фиг. 1).

2. Рассмотрим докритическое напряженное состояние оболочки. Решая уравнение (1.3), с учетом (1.5), получим

$$w = C_1 e^{\beta x} \cos \beta x + C_2 e^{-\beta x} \cos \beta x + C_3 e^{\gamma x} \sin \beta x + C_4 e^{-\gamma x} \sin \beta x + RA_{12} P + a_1 R^2 q \quad (2.1)$$

Здесь

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{2R}} \sqrt{\frac{\sqrt{a_1 b_1 + a_4^2} - a_4}{a_1 b_1 + a_4^2}}$$

$$\vartheta = \frac{1}{\sqrt{2R}} \sqrt{\frac{\sqrt{a_1 b_1 + a_4^2} + a_4}{a_1 b_1 + a_4^2}}$$

$$C_l = \frac{K_l(A_{12}, d_{11})P + K_l(a_1, a_4)Rq}{\Delta_0}$$

$$K_1(x, y) = 4\rho\vartheta m_0 \{(y - xRm^*) (\cos \vartheta l - \operatorname{ch} \rho l) \sin \vartheta l +$$

$$+ 2xR\rho\vartheta m_0 [\cos \vartheta l \operatorname{sh} \rho l + e^{-\rho l} (\sin^2 \vartheta l \operatorname{ch} \rho l - \cos^2 \vartheta l \operatorname{sh} \rho l)]\}$$

$$K_2(x, y) = -4\rho\vartheta m_0 \{(y - xRm^*) (\cos \vartheta l - \operatorname{ch} \rho l) \sin \vartheta l +$$

$$+ 2xR\rho\vartheta m_0 [\cos \vartheta l \operatorname{sh} \rho l - e^{\rho l} (\sin^2 \vartheta l \operatorname{ch} \rho l + \cos^2 \vartheta l \operatorname{sh} \rho l)]\}$$

$$K_3(x, y) = 4\rho\vartheta m_0 \{(y - xRm^*) [\cos \vartheta l \operatorname{sh} \rho l + e^{-\rho l} (\sin^2 \vartheta l \operatorname{ch} \rho l -$$

$$- \cos^2 \vartheta l \operatorname{sh} \rho l)] + 2xR\rho\vartheta m_0 \sin \vartheta l [\operatorname{ch} \rho l - e^{-\rho l} \cos \vartheta l (\operatorname{sh} \rho l + \operatorname{ch} \rho l)]\}$$

$$K_4(x, y) = 4\rho\vartheta m_0 \{(y - xRm^*) [\cos \vartheta l \operatorname{sh} \rho l - e^{\rho l} (\sin^2 \vartheta l \operatorname{ch} \rho l +$$

$$+ \cos^2 \vartheta l \operatorname{sh} \rho l)] + 2xR\rho\vartheta m_0 \sin \vartheta l [\operatorname{ch} \rho l - e^{-\rho l} \cos \vartheta l (\operatorname{sh} \rho l + \operatorname{ch} \rho l)]\}$$

$$\Delta_0 = -16 (\rho\vartheta m_0)^2 (\sin^2 \vartheta l \operatorname{ch}^2 \rho l + \cos^2 \vartheta l \operatorname{sh}^2 \rho l)$$

$$m_0 = b_1 + \frac{a_4^2}{a_1}, \quad m^* = m_0 (\rho^2 - \vartheta^2) + \frac{a_4}{a_1 R}$$

Усилие в координатной поверхности по направлению β определяется по формуле

$$T_2 = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} = - \left(\frac{a_4}{a_1} \frac{d^2 w}{d \alpha^2} + \frac{w}{a_1 R} - \frac{A_{12}}{a_1} P \right) \quad (2.2)$$

3. Переходим к рассмотрению уравнений устойчивости (1.4).

Принимая

$$\begin{aligned} \delta w &= A \sin \lambda x \sin \mu \beta \\ \delta \varphi &= B \sin \lambda x \sin \mu \beta \end{aligned} \quad \left(\lambda = \frac{\pi m}{l}, \quad \mu = \frac{n}{R} \right) \quad (3.1)$$

удовлетворим всем граничным условиям (1.6).

Подставляя выражения (2.1), (2.2), (3.1) в уравнения (1.4) и пользуясь вариационным методом Бубнова-Галеркина, приходим к однородной системе алгебраических уравнений относительно параметров A и B . Приравняв нулю определитель этой системы, получим „критическую“ зависимость между компонентами нагрузки в виде

$$\Phi = \left(\Phi(a_k) - \frac{\lambda^2}{R} \right)^2 + \Phi(a_j) \Phi(b_j) = (\Phi(a_j) \lambda^2 + F_2(A_{12}, d_{11})) P_0 + \\ + (\Phi(a_j) \mu^2 + F_2(a_1, a_4)) R q_0 \quad (3.2)$$

где $\Phi(a_j)$, $\Phi(a_k)$, $\Phi(b_j)$ — квадратичные формы от переменных λ^2 , μ^2 с коэффициентами соответственно

$$a_1, \frac{a_2}{2}, a_3, a_4, \frac{a_5}{2}, a_6, b_1, \frac{b_2}{2}, b_3$$

$$F_2(x, y) = \frac{\mu^2}{l} \left\{ F_1(x, y) \left[2 \left(\Phi(a_k) - \frac{\lambda^2}{R} \right) + \frac{a_4}{a_1} \Phi(a_j) \right] + \right. \\ \left. + \frac{\Phi(a_j)}{\Delta_0 a_1 R} \sum_{i=1}^4 K_i(x, y) R_i \right\}$$

$$F_1(x, y) = \frac{1}{\Delta_0} [K_1(x, y) K(R_1, -R_3) + K_2(x, y) K(R_2, R_4) + \\ + K_3(x, y) K(R_3, R_1) + K_4(x, y) K(R_4, -R_2)]$$

$$K(u, v) = (\rho^2 - \theta^2) u + 2\theta v$$

$$R_i = Q_i(\theta) - \frac{1}{2} Q_i(\theta - 2z) - \frac{1}{2} Q_i(\theta + 2z)$$

$$Q_1(z) = \frac{1}{\rho^2 + z^2} [(\rho \cos z l + z \sin z l) e^{\rho l} - \rho]$$

$$Q_2(z) = \frac{1}{\rho^2 + z^2} [(z \sin z l - \rho \cos z l) e^{-\rho l} + \rho]$$

$$Q_3(z) = \frac{1}{\rho^2 + z^2} [(\rho \sin z l - z \cos z l) e^{\rho l} + z]$$

$$Q_4(z) = \frac{1}{\rho^2 + z^2} [z - (\rho \sin z l + z \cos z l) e^{-\rho l}]$$

Соотношению (3.2) можно придать удобный вид

$$\frac{P^*}{P^0} + \frac{q^*}{q^0} = 1 \quad (3.3)$$

где P^* и q^* — верхние критические значения нагрузок P и q при отдельном их приложении. Из (3.2) имеем

$$P^* = \frac{1}{1 + k_p} P_0^*, \quad P_0^* = \frac{\Phi}{\lambda^2 \Phi(a_j)}, \quad k_p = \frac{F_2(A_{12}, d_{11})}{\lambda^2 \Phi(a_j)} \quad (3.4)$$

$$q^* = \frac{1}{1 + k_q} q_0^*, \quad q_0^* = \frac{\Phi}{R \mu^2 \Phi(a_j)}, \quad k_q = \frac{F_2(a_1, a_4)}{\mu^2 \Phi(a_j)} \quad (3.5)$$

Здесь P_0^* и q_0^* — критические значения осевого сжатия и равномерного внешнего давления в предположении безмоментности начального напряженного состояния оболочки.

4. Исследуем влияние докритической деформации на величину критической нагрузки.

Рассмотрим в отдельности случаи продольного сжатия и равномерного внешнего давления.

а) Продольное сжатие

$$\omega_p = \frac{P^*}{P_0^*} = \frac{1}{1 + k_p} \quad (4.1)$$

В случае слоистой ортотропной оболочки выражение безразмерного коэффициента k_p имеет неудобный вид для исследования. Для слоистой изотропной оболочки с общим коэффициентом Пуассона слоев после некоторых упрощений получим

$$k_p = \frac{2r^2}{\pi m} \frac{\varepsilon}{1 + 4\varepsilon^4} \left\{ -\nu [-2\varepsilon^4 + (2\theta + 1)\varepsilon^2 + \theta] + \right. \\ \left. + \frac{K}{C} \sqrt{\frac{C(1-\nu^2)}{D-D^0}} [8\varepsilon^4 + 2(\theta + 2)\varepsilon^2 - \theta] \right\} \quad (4.2)$$

где $r = \frac{\mu}{\lambda} = \frac{l_\alpha}{l_\beta}$ — отношение длин полуволи вдоль координатных линий α и β ,

$$\theta = \frac{4}{(1+r^2)^2}, \quad \varepsilon = \frac{\lambda}{\rho} = \frac{\pi m}{\sqrt{2Rl}} \sqrt[4]{\frac{C(1-\nu^2)}{D-D^0}}$$

Как видно из (4.1) и (4.2), отклонение P^* от соответствующего „безмоментного“ значения P_0^* зависит от места приложения нагрузки и размеров оболочки, характера ее слоистости, коэффициента Пуассона, а также характера волнообразования при потере устойчивости.

С увеличением числа полуволи в осевом направлении указанное отклонение убывает.

Отношение $\frac{K}{C}$ зависит от места приложения нагрузки.

При

$$0 \leq \Delta \leq h \\ \Delta' \geq \frac{K}{C} > \Delta' - h$$

где Δ' — значение Δ , при котором жесткость $K = 0$.

С возрастанием $\frac{K}{C}$ критическая нагрузка P^* все более отличается от P_0^* .

Выражение под корнем отражает влияние характера слоистости на величину ω_p . С увеличением отношения жесткостей $\frac{C}{D-D^0}$ значения P^* и P_0^* расходятся.

В качестве примера вычислим ω_p для следующей двухслойной изотропной оболочки. Пусть наружный слой изготовлен из дюрала

$$E_1 = 0.75 \cdot 10^9 \text{ кг/см}^2, \quad h_1 = 0.28 \text{ см}, \quad \nu_1 = 0.25$$

а внутренний — из капрона

$$E_2 = 10^4 \text{ кг/см}^2, \quad h_2 = 0.56 \text{ см}, \quad \nu_2 = 0.25$$

Примем $R = 32.275 \text{ см}, \quad l = 40 \text{ см}, \quad m = r = 1$

При

$$\Delta = h_1 + h_2, \quad \frac{K}{C} \sqrt{\frac{C(1-\nu^2)}{D-D^0}} = -6.219233$$

$$\varepsilon = 0.21, \quad k_p = 0.55645, \quad P^* = 0.64248 P_0^*$$

Из (4.2) следует, что при $\Delta = \Delta'$

$$k_p = \frac{2r^2}{\pi m} \frac{\varepsilon}{1+4\varepsilon^4} \{-\nu[-2\varepsilon^4 + (2\theta+1)\varepsilon^2 + \theta]\}$$

В этом случае нагружения изгиб образующих оболочки в докритической стадии происходит вследствие эффекта Пуассона. Вычисления показывают, что влияние эффекта поперечного расширения при граничных условиях $w_{z=0} = w_{z=l} = 0$ сколько-нибудь заметно сказывается только при рассмотрении устойчивости весьма коротких тонких оболочек.

Например, когда $\frac{l}{R} = \frac{1}{4}, \quad \frac{h}{R} = \frac{1}{250}, \quad \nu = 0.25,$

$$r = m = 1, \quad P^* = 1.135 P_0^*.$$

В частном случае однослойной изотропной оболочки поправочный коэффициент k_p имеет вид

$$k_p = \frac{2r^2}{\pi m} \frac{\varepsilon}{1+4\varepsilon^4} \left\{ -\nu[-2\varepsilon^4 + (2\theta+1)\varepsilon^2 + \theta] + \frac{K}{C} \frac{2\sqrt{3(1-\nu^2)}}{h} [8\varepsilon^4 + 2(\theta+2)\varepsilon^2 - \theta] \right\}$$

Здесь

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{\rho} = \frac{\pi m}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}} \sqrt{\frac{R}{l}} \sqrt{\frac{h}{l}}$$

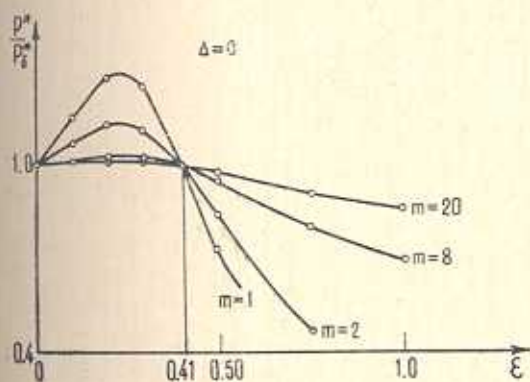
На фиг. 2 и 3 представлены кривые $\omega_p(\varepsilon)$ при $\Delta = 0$ и $\Delta = h$; принято $r = 1, \quad \nu = 0.25$. Вычисления были также приведены для значений отношения $\frac{l_0}{l_3} = 0.25, 0.5, 0.75$ и 1.25 .

Оказывается, что $(\omega_p)_{\max} = 1.285$ при $\Delta = 0$, $r = 0.75$, $\varepsilon = 0.28$;
 $(\omega_p)_{\min} = 0.884$ при $\Delta = h$, $r = 0.75$, $\varepsilon = 0.23$.

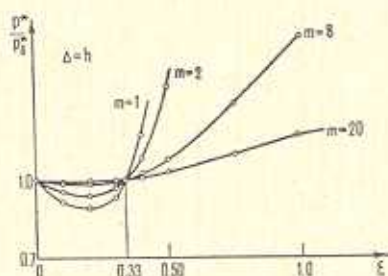
б) Равномерное внешнее давление

$$\omega_q = \frac{q^*}{q_0^*} = \frac{1}{1 + k_q}$$

Можно считать, что в этой задаче по характеру влияния моментности начального напряженного состояния на величину критического давления слоистая ортотропная оболочка мало отличается от соответствующей однослойной изотропной оболочки. Поэтому здесь будем рассматривать результаты по влиянию начального напряженного состояния на величину критической нагрузки для однослойной изотропной оболочки.



Фиг. 2.



Фиг. 3.

Из (3.5) для этого случая получим

$$k_q = \frac{2}{\pi} \frac{\varepsilon}{1 + 4\varepsilon^4} [-2\varepsilon^4 + (29 + 1)\varepsilon^2 + 6]$$

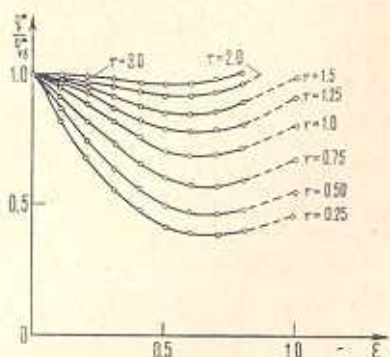
где в силу $m = 1$

$$\varepsilon = \frac{\pi}{\nu l} = \frac{\pi}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \sqrt{\frac{R}{l}} \sqrt{\frac{h}{l}}, \quad r = \frac{l}{l_0}$$

На фиг. 4 показана серия кривых $\omega_q(\varepsilon)$ для значений r , лежащих в пределах $0.25 \leq r \leq 3.0$ ($\nu = 0.25$).

Как видно из фиг. 4, докритические деформации отрицательно влияют на устойчивость оболочки. При уменьшении r отклонение q^* от „безмоментного“ значения q_0^* становится более существенным (особенно, когда рассматривается устойчивость оболочек короткой и сред-

ней длины). С уменьшением r минимум зависимости $\omega_q(\varepsilon)$ сдвигается в сторону больших ε .



Фиг. 4.

Когда $r = 3$, $\omega_q(\varepsilon)_{\min} = 0.954$ при $\varepsilon = 0.5$

Когда $r = 0.25$, $\omega_q(\varepsilon)_{\min} = 0.385$ при $\varepsilon = 0.7$

Заметим, что график на фиг. 4 охватывает весь диапазон значений ε , так как даже для весьма коротких тонких оболочек $\rho l > \pi$. Например, при $\frac{l}{R} = \frac{1}{4}$, $\frac{h}{R} = \frac{1}{250}$, $\nu = 0.25$, $\rho l = 5.06$.

Ленинканский филиал
Ереванского политехнического
института им. К. Маркса

Поступила 29 II 1968

2. Ձ. ՄԻՔԱՅԵԱՆ

ՇԵՐՏԱՎՈՐ ՕՐԹՈՏՐՈՂ ԴԱՆԱՅԻՆ ԹԱՂԱՆԹՆԵՐԻ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆԸ ԱՌԱՆՅՔԱՍԻՄԵՏՐԻԿ ԲԵՌԵՐԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ԳԵՊՔՈՒՄ

Ա մ փ ո փ ո ռ մ

Հողվածում դիտվում է՝ ոչ սիմետրիկ հավաքված, օրթոտրոպ դրանային թաղանթի կայունությունը հավասարաչափ բաշխված արտաքին ճնշման և արտակենտրոն առանցքային սեղմման դեպքում: Թաղանթի մինչկրիտիկական լարվածային վիճակն ընդունվում է մոմենտային և առանցքասիմետրիկ:

Ենթադրվում է, որ կայունության կորուստի հետևանքով առաջանում են մանր ալիքներ առանցքային և շրջանային ուղղություններով: Նորմալ տեղափոխման և լարումների ֆունկցիայի վարիացիաները ներկայացվում են սինուսների արտադրյալի տեսքով և որոշվում է բեռի վերին կրիտիկական արժեքը: Այնուհետև, առանցքային սեղմման և արտաքին ճնշման դեպքերը քննարկվում են առանձին-առանձին:

G. Z. MICKAELIAN

STABILITY OF MULTILAYER ORTHOTROPIC CIRCULAR
CYLINDRICAL SHELLS UNDER THE ACTION OF
EXISYMMETRICAL LOADINGS

S u m m a r y

In this paper the problem of stability of initial momental equilibrium state of the shell under the action of axisymmetrical loadings is considered.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Бурмистров Е. Ф., Мельниченко А. А. Устойчивость конструктивно ортотропной цилиндрической панели при действии сдвигающих и нормальных сил и внутреннего давления. Теория пластин и оболочек (Труды IV Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин), Ереван, 1964.
2. Stuhlman C., De Luzin A., Almqvist B. Influence of stiffener eccentricity and end moment on stability of cylinders in compression. „AIAA Journal“, 4, № 5, 1966.
3. Микаелян Г. З. Устойчивость многослойной ортотропной круговой цилиндрической оболочки. Изв. АН АрмССР, Механика, т. XIX, № 5, 1966.
4. Томашевский В. Т. О методе исследования устойчивости анизотропных круговых цилиндров при произвольных краевых условиях. Прикл. механ., 3, № 1, 1967.
5. Шкутин А. И. Влияние докритических деформаций на устойчивость продольно сжатой цилиндрической оболочки. Прикл. механ., 3, № 1, 1967.
6. Новожилов В. В. Основы нелинейной теории упругости. Гостехиздат, Л.—М., 1948.
7. Муштари Х. М., Галимов К. З. Нелинейная теория упругих оболочек. Таткингиздат, Казань, 1957.
8. Даревский В. М. Нелинейные уравнения теории оболочек и их линеаризация в задачах устойчивости. Материалы к VI Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластинок. Баку, 1966.
9. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных оболочек. Физматгиз, М., 1961.
10. Вольмир А. С. Устойчивость упругих систем. Физматгиз, М., 1963.
11. Глущи В. Ц. О границах динамической неустойчивости оболочек. Труды конференции по теории пластин и оболочек, Казань, 1961.