ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XXI, № 4, 1968 Механика

Г. Е. БАГДАСАРЯН

КОЛЕБАНИЯ КОАКСИАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С ЗАЗОРОМ, ЧАСТИЧНО ЗАПОЛНЕННЫМ ЖИДКОСТЬЮ

Рассмотрена задача колебаний коаксиальных круговых цилиндрических оболочек конечной длины при условии, что область между оболочками (зазор) частично заполнена несжимаемой жидкостью. Найдены частоты колебаний системы в зависимости от глубины заполнения и толщины зазора.

1. Пусть коаксиальные цилиндрические оболочки имеют длину l и глубина заполнения равна b $(b < l)$.

Координатную (срединную) поверхность оболочек представим координатами α — по образующей и β — по дуге поперечных сечений.

За основу принимаются следующие предположения:

а) гипотеза Корхгофа-Лява о недеформируемых нормалях [1];

б) общеизвестные упрощения теории оболочек с большим показателем изменяемости;

в) жидкость между оболочками совершает потенциальное движение;

г) волновое движение на свободной поверхности жидкости слабо влияет на колебание оболочек [2, 3].

На основе принятых предположений система уравнений колебания оболочек имеет вид

$$\frac{1}{E_i h_i}\Delta^2\Phi_i + \frac{1}{R_i}\frac{\partial^2 w_i}{\partial\alpha^2} = 0$$

$$D_i\Delta^2 w_i - \frac{1}{R_i}\frac{\partial^2\Phi_i}{\partial\alpha^2} + \rho_i h_i\frac{\partial^2 w_i}{dt^2} = Z_i \tag{1.1}$$

$$(i = 1,\ 2)$$

причем индекс $i = 1$ относится к внутренней оболочке, а $i = 2$ — к внешней.

В системе (1.1) w_i — прогиб, Φ_i — функция напряжений, R_i — радиус, h_i — толщина, E_i — модуль упругости, ν_i — коэффициент Пуассона, ρ_i — плотность материала i-той оболочки, Z_i — нормально приложенная внешняя нагрузка.

В случае рассматриваемой задачи для Z_i имеем

$$Z_i = \begin{cases} (-1)^i \left[-Z_0 + \rho_0 g R_i (b-\alpha) \dfrac{\partial^2 w_i}{\partial \beta^2} \right] & \text{при} \quad 0 < \alpha < b \\ 0 & \text{при} \quad b < \alpha < l \end{cases} \tag{1.2}$$

Здесь Z_0 — возмущенное давление жидкости, g — ускорение силы тяжести, ρ_0 — плотность жидкости.

Из интеграла Коши имеем

$$Z_0 = -\rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t}\bigg|_{r=R_i} \tag{1.3}$$

где φ — потенциальная функция возмущенного движения жидкости, удовлетворяющая уравнению

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} = 0 \tag{1.4}$$

в области, занятой жидкостью, и следующим краевым условиям на границе этой области:

$$\begin{gathered} v_r\big|_{r=R_1} = \frac{\partial \varphi}{\partial r}\bigg|_{r=R_1} = \frac{\partial w_1}{\partial t} \\ v_r\big|_{r=R_2} = \frac{\partial \varphi}{\partial r}\bigg|_{r=R_2} = \frac{\partial w_2}{\partial t} \end{gathered} \tag{1.5}$$

$$v_\alpha\big|_{\alpha=0} = \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha}\bigg|_{\alpha=0} = 0 \tag{1.6}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t}\bigg|_{\alpha=b} = 0 \tag{1.7}$$

Для определения функции φ, как это следует из (1.5), необходимо определить радиальные скорости стенок оболочек. Поэтому прежде всего обсудим вопрос о формах смещений стенок оболочек.

2. Предположим, что оболочки шарнирно оперты по торцам. Тогда решение системы (1.1) запишем в форме

$$\begin{gathered} w_i = \cos n\theta \sum_{s=0}^{N} W_s^{(i)}(t) \sin \lambda_s \alpha \\ \Phi_i = \cos n\theta \sum_{s=0}^{N} \Phi_s^{(i)}(t) \sin \lambda_s \alpha \end{gathered} \tag{2.1}$$

где $\lambda_s = (m+s)\pi/l$, m — число полуволн изогнутой поверхности вдоль образующей, n — число волн в окружном направлении, $W_s^{(i)}(t)$ и $\Phi_s^{(i)}(t)$ — искомые функции.

Исходя из (2.1), гармоническую функцию φ представим в виде

$$\varphi = \cos n\theta \left\{ \sum_{s=0}^{N} [A_s(t) I_n(\lambda_s r) + B_s(t) K_n(\lambda_s r)] \sin \lambda_s \alpha + \right.$$

$$\left. + \sum_{j=1}^{\infty} [C_j(t) \operatorname{sh} \alpha_{nj} \alpha + D_j(t) \operatorname{ch} \alpha_{nj} \alpha] \Psi_n(\alpha_{nj} r) \right\} \tag{2.2}$$

где I_n, K_n — функции Бесселя чисто мнимого аргумента первого и второго рода,

$$\Psi_n(\alpha_{nj} r) = \frac{J_n(\alpha_{nj} r)}{J_n'(\alpha_{nj} R_1)} - \frac{Y_n(\alpha_{nj} r)}{Y_n'(\alpha_{nj} R_1)} \tag{2.3}$$

J_n, Y_n — функции Бесселя действительного аргумента первого и второго рода порядка n; $A_s(t)$, $B_s(t)$, $C_j(t)$, $D_j(t)$ и α_{nj} — некоторые величины, которые определяются из условий (1.5)—(1.7).

Подставляя равенства (2.1) и (2.2) в соотношения (1.5)—(1.7), получим

$$A_s(t) = \frac{K_n'(\lambda_s R_2) \dfrac{dW_s^{(1)}}{dt} - K_n'(\lambda_s R_1) \dfrac{dW_s^{(2)}}{dt}}{\lambda_s [I_n'(\lambda_s R_1) K_n'(\lambda_s R_2) - I_n'(\lambda_s R_2) K_n'(\lambda_s R_1)]}$$

$$B_s(t) = \frac{I_n'(\lambda_s R_1) \dfrac{dW_s^{(2)}}{dt} - I_n'(\lambda_s R_2) \dfrac{dW_s^{(1)}}{dt}}{\lambda_s [I_n'(\lambda_s R_1) K_n'(\lambda_s R_2) - I_n'(\lambda_s R_2) K_n'(\lambda_s R_1)]}$$

$$C_j(t) = \frac{\sum\limits_{s=0}^{N} \dfrac{\lambda_s}{\lambda_s^2 + \alpha_{nj}^2} \left| R_1 \Psi_n(\alpha_{nj} R_1) \dfrac{dW_s^{(1)}}{dt} + R_2 \Psi_n(\alpha_{nj} R_2) \dfrac{dW_s^{(2)}}{dt} \right|}{\alpha_{nj} \left[\dfrac{R_1^2}{2} \left(1 - \dfrac{n^2}{\alpha_{nj}^2 R_1^2}\right) \Psi_n(\alpha_{nj} R_1) - \dfrac{R_2^2}{2} \left(1 - \dfrac{n^2}{\alpha_{nj}^2 R_2^2}\right) \Psi_n(\alpha_{nj} R_2) \right]}$$

$$D_j(t) = \frac{\sum\limits_{s=0}^{N} \dfrac{\alpha_{nj} \sin \lambda_s b - \lambda_s \operatorname{sh} \alpha_{nj} b}{\lambda_s^2 + \alpha_{nj}^2} \left| R_1 \Psi_n(\alpha_{nj} R_1) \dfrac{dW_s^{(1)}}{dt} + R_2 \Psi_n(\alpha_{nj} R_2) \dfrac{dW_s^{(2)}}{dt} \right|}{\alpha_{nj} \left[\dfrac{R_1^2}{2} \left(1 - \dfrac{n^2}{\alpha_{nj}^2 R_1^2}\right) \Psi_n(\alpha_{nj} R_1) - \dfrac{R_2^2}{2} \left(1 - \dfrac{n^2}{\alpha_{nj}^2 R_2^2}\right) \Psi_n(\alpha_{nj} R_2) \right] \operatorname{ch} \alpha_{nj} b} \tag{2.4}$$

где α_{nj} — корни уравнения

$$J_n'(\alpha_{nj} R_2) Y'(\alpha_{nj} R_1) - J_n'(\alpha_{nj} R_1) Y_n'(\alpha_{nj} R_2) = 0 \tag{2.5}$$

Учитывая уравнения (2.2) и (2.4), для давления жидкости на стенках оболочек из (1.3) находим

$$Z_3^{(i)} = -\rho_0 \cos n\theta \sum_{s=0}^{N} \left\{ \left| A_1^{(i)}(s) \sin \lambda_s \alpha + \right. \right.$$

$$+\sum_{j=1}^{\infty}\left(A_2^{(i)}(s,j)\operatorname{sh}\alpha_{nj}x+A_3^{(i)}(s,j)\operatorname{ch}\alpha_{nj}x\right)\Bigg]\frac{dW_s^{(1)}}{dt}+$$

$$+\left[B_1^{(i)}(s)\sin\lambda_s x+\sum_{j=1}^{\infty}\left(B_2^{(i)}(s,j)\operatorname{sh}\alpha_{nj}x+B_3^{(i)}(s,j)\operatorname{ch}\alpha_{nj}x\right)\right]\frac{dW_s^{(2)}}{dt}\Bigg\} \qquad (2.6)$$

Здесь

$$A_1^{(i)}(s)=\frac{K_n'(\lambda_s R_2)\,I_n(\lambda_s R_i)-I_n'(\lambda_s R_2)\,K_n(\lambda_s R_i)}{\lambda_s\left[I_n'(\lambda_s R_1)\,K_n'(\lambda_s R_2)-I_n'(\lambda_s R_2)K_n'(\lambda_s R_1)\right]}$$

$$B_1^{(i)}(s)=\frac{I_n'(\lambda_s R_1)\,K_n(\lambda_s R_i)-K_n'(\lambda_s R_1)\,I_n(\lambda_s R_i)}{\lambda_s\left[I_n'(\lambda_s R_1)K_n(\lambda_s R_2)-I_n'(\lambda_s R_2)\,K_n'(\lambda_s R_1)\right]}$$

$$A_2^{(i)}(s,j)=$$

$$=\frac{\lambda_s R_1\Psi_n(\alpha_{nj}R_1)\,\Psi_n(\alpha_{nj}R_i)}{\alpha_{nj}(\lambda_s^2+\alpha_{nj}^2)\left[\frac{R_1^2}{2}\left(1-\frac{n^2}{\alpha_{nj}^2R_1^2}\right)\Psi_n^2(\alpha_{nj}R_1)-\frac{R_2^2}{2}\left(1-\frac{n^2}{\alpha_{nj}^2R_2^2}\right)\Psi_n^2(\alpha_{nj}R_2)\right]}$$

$$B_2^{(i)}(s,j)=\frac{\lambda_s R_2\Psi_n(\alpha_{nj}R_2)\,\Psi_n(\alpha_{nj}R_i)}{\alpha_{nj}(\lambda_s^2+\alpha_{nj}^2)\left[\frac{R_1^2}{2}\left(1-\frac{n^2}{\alpha_{nj}^2R_1^2}\right)\Psi_n^2(\alpha_{nj}R_1)-\frac{R_2^2}{2}\left(1-\frac{n^2}{\alpha_{nj}^2R_2^2}\right)\Psi_n^2(\alpha_{nj}R_2)\right]}$$

$$A_3^{(i)}(s,j)=\frac{R_1(\alpha_{nj}\sin\lambda_s b-\lambda_s\operatorname{sh}\alpha_{nj}b)\,\Psi_n(\alpha_{nj}R_1)\,\Psi_n(\alpha_{nj}R_i)}{\alpha_{nj}(\lambda_s^2+\alpha_{nj}^2)\left[\frac{R_1^2}{2}\left(1-\frac{n^2}{\alpha_{nj}^2R_1^2}\right)\Psi_n^2(\alpha_{nj}R_1)-\frac{R_2^2}{2}\left(1-\frac{n^2}{\alpha_{nj}^2R_2^2}\right)\Psi_n^2(\alpha_{nj}R_2)\right]}$$

$$B_3^{(i)}(s,j)=\frac{R_2(\alpha_{nj}\sin\lambda_s b-\lambda_s\operatorname{sh}\alpha_{nj}b)\,\Psi_n(\alpha_{nj}R_2)\,\Psi_n(\alpha_{nj}R_i)}{\alpha_{nj}(\lambda_s^2+\alpha_{nj}^2)\left[\frac{R_1^2}{2}\left(1-\frac{n^2}{\alpha_{nj}^2R_1^2}\right)\Psi_n^2(\alpha_{nj}R_1)-\frac{R_2^2}{2}\left(1-\frac{n^2}{\alpha_{nj}^2R_2^2}\right)\Psi_n^2(\alpha_{nj}R_2)\right]}$$

Подставляя (2.1) в первое уравнение системы (1.1), для искомой функции $\Phi_s^{(i)}(t)$ будем иметь

$$\Phi_s^{(i)}(t)=\frac{E_i h_i}{R_i}\frac{\lambda_s^2}{\left(\lambda_s^2+\frac{n^2}{R_i^2}\right)^2}W_s^{(i)}(t) \qquad (2.7)$$

Таким образом, все искомые величины выражаются через функции $W_s^{(1)}(t)$ и $W_s^{(2)}(t)$.

На основе вариационного метода Бубнова-Галеркина из второго уравнения системы (1.1) для определения $W_s^{(1)}(t)$ и $W_s^{(2)}(t)$ получим следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{d^2W_k^{(1)}}{dt^2}+\Omega_1^2(k,n)\,W_k^{(1)}+\sum_{s=0}^{N}m_1^{(1)}(k,s)\,\frac{d^2W_s^{(1)}}{dt^2}+$$

$$+\sum_{s=0}^{N}m_2^{(1)}(k,s)\,\frac{d^2W_s^{(2)}}{dt^2}+\sum_{s=0}^{N}b_{ks}^{(1)}W_s^{(1)}=0 \qquad (2.8)$$

$$\frac{d^2W_k^{(2)}}{dt^2}+\Omega_2^2(k,\ n)\,W_k^{(2)}+\sum_{s=0}^{N}m_1^{(2)}(k,\ s)\,\frac{d^2W_s^{(1)}}{dt^2}+$$

$$+\sum_{s=0}^{N}m_2^{(2)}(k,\ s)\,\frac{d^2W_s^{(2)}}{dt^2}+\sum_{s=0}^{N}b_{ks}^{(2)}W_s^{(2)}=0\qquad(k=0,1,2,\cdots,N)$$

Здесь

$$\Omega_1^2(k,n)=\frac{D_1}{\rho_1h_1}\left[\left(\lambda_k^2+\frac{n^2}{R_1^2}\right)^2+\frac{12\,(1-\nu_1^2)}{R_1^2\,h_1^2}\,\frac{\lambda_k^4}{\left(\lambda_k^2+\dfrac{n^2}{R_1^2}\right)^2}\right]$$

$$\Omega_2^2(k,\ n)=\frac{D_2}{\rho_2h_2}\left[\left(\lambda_k^2+\frac{n^2}{R_2^2}\right)^2+\frac{12\,(1-\nu_2^2)}{R_2^2\,h_2^2}\,\frac{\lambda_k^4}{\left(\lambda_k^2+\dfrac{n^2}{R_2^2}\right)^2}\right]$$

$$D_1=\frac{E_1h_1^3}{12\,(1-\nu_1^2)},\qquad D_2=\frac{E_2h_2^3}{12\,(1-\nu_2^2)}$$

$$b_{ks}^{(1)}=\frac{\rho_0gn^2}{lR_1h_1\rho_1}\left[\frac{1-\cos(\lambda_s+\lambda_k)\,b}{(\lambda_s+\lambda_k)^2}-\frac{1-\cos(\lambda_s-\lambda_k)\,b}{(\lambda_s-\lambda_k)^2}\right]$$

$$b_{ks}^{(2)}=\frac{\rho_0gn^2}{lR_2\rho_2h_2}\left[\frac{1-\cos(\lambda_s-\lambda_k)\,b}{(\lambda_s-\lambda_k)^2}-\frac{1-\cos(\lambda_s+\lambda_k)\,b}{(\lambda_s+\lambda_k)^2}\right]$$

$$m_1^{(1)}(k,\ s)=\frac{2\rho_0}{lh_1\rho_1}\left\{A_1^{(1)}(s)\left[\frac{\sin(\lambda_s-\lambda_k)\,b}{2\,(\lambda_s-\lambda_k)}-\frac{\sin(\lambda_s+\lambda_k)\,b}{2\,(\lambda_s+\lambda_k)}\right]+\right.$$

$$+\sum_{j=1}^{\infty}\left[A_2^{(1)}(s,\ j)\,\frac{\alpha_{nj}\operatorname{ch}\alpha_{nj}b\sin\lambda_kb-\lambda_k\operatorname{sh}\alpha_{nj}b\cos\lambda_kb}{\alpha_{nj}^2+\lambda_k^2}+\right.$$

$$\left.\left.+A_3^{(1)}(s,\ j)\,\frac{\lambda_k+\alpha_{nj}\operatorname{sh}\alpha_{nj}b\sin\lambda_kb-\lambda_k\operatorname{ch}\alpha_{nj}b\cos\lambda_kb}{\alpha_{nj}^2+\lambda_k^2}\right]\right\}$$

$$m_2^{(1)}(k,\ s)=\frac{2\rho_0}{lh_1\rho_1}\left\{B_1^{(1)}(s)\left[\frac{\sin(\lambda_s-\lambda_k)\,b}{2\,(\lambda_s-\lambda_k)}-\frac{\sin(\lambda_s+\lambda_k)\,b}{2\,(\lambda_s+\lambda_k)}\right]+\right.$$

$$+\sum_{j=1}^{\infty}\left[B_2^{(1)}(s,\ j)\,\frac{\alpha_{nj}\operatorname{ch}\alpha_{nj}b\sin\lambda_kb-\lambda_k\operatorname{sh}\alpha_{nj}b\cos\lambda_kb}{\alpha_{nj}^2+\lambda_k^2}+\right.$$

$$\left.\left.+B_3^{(1)}(s,\ j)\,\frac{\lambda_k+\alpha_{nj}\operatorname{sh}\alpha_{nj}b\sin\lambda_kb-\lambda_k\operatorname{ch}\alpha_{nj}b\cos\lambda_kb}{\alpha_{nj}^2+\lambda_k^2}\right]\right\}$$

$$m_1^{(2)}(k,\ s)=-\frac{2\rho_0}{lh_2\rho_2}\left\{A_1^{(2)}(s)\left[\frac{\sin(\lambda_s-\lambda_k)\,b}{2\,(\lambda_s-\lambda_k)}-\frac{\sin(\lambda_s+\lambda_k)\,b}{2\,(\lambda_s+\lambda_k)}\right]+\right.$$

$$+\sum_{j=1}^{\infty}\left[A_2^{(2)}(s,\ j)\,\frac{\alpha_{nj}\operatorname{ch}\alpha_{nj}b\sin\lambda_kb-\lambda_k\operatorname{sh}\alpha_{nj}b\cos\lambda_kb}{\alpha_{nj}^2+\lambda_k^2}+\right.$$

$$+ A_3^{(2)}(s,\ j) \frac{\lambda_k + \alpha_{nj} \operatorname{sh} \alpha_{nj} b \sin \lambda_k b - \lambda_k \operatorname{ch} \alpha_{nj} b \cos \lambda_k b}{\alpha_{nj}^2 + \lambda_k^2} \Bigg]\Bigg\}$$

$$m_2^{(2)}(k,\ s) = -\frac{2\rho_0}{lh_2\rho_2} \Bigg\{ B_1^{(2)}(s) \Bigg[\frac{\sin(\lambda_s - \lambda_k) b}{2(\lambda_s - \lambda_k)} - \frac{\sin(\lambda_s + \lambda_k) b}{2(\lambda_s + \lambda_k)} +$$

$$+ \sum_{j=1}^{\infty} \Bigg[B_2^{(2)}(s,\ j) \frac{\alpha_{nj} \operatorname{ch} \alpha_{nj} b \sin \lambda_k b - \lambda_k \operatorname{sh} \alpha_{nj} b \cos \lambda_k b}{\alpha_{nj}^2 + \lambda_k^2} +$$

$$+ B_3^{(2)}(s,\ j) \frac{\lambda_k + \alpha_{nj} \operatorname{sh} \alpha_{nj} b \sin \lambda_k b - \lambda_k \operatorname{ch} \alpha_{nj} b \cos \lambda_k b}{\alpha_{nj}^2 + \lambda_k^2} \Bigg]\Bigg\}$$

где $\Omega_1(k,\ n)$ и $\Omega_2(k,\ n)$ — частоты собственных поперечных колебаний внутренней и внешней оболочек соответственно, $m_1^{(i)}(k,\ s)$, $m_2^{(i)}(k,\ s)$ — коэффициенты присоединенных масс, $b_{ks}^{(i)}$ — коэффициенты гидростатического давления жидкости.

3. Рассмотрим случай $N = 0$, тогда из (2.8) имеем

$$[1 + m_1^{(1)}(0,\ 0)] \frac{d^2 W_0^{(1)}}{dt^2} + \Omega_1^2(0,\ n)\ W_0^{(1)} + m_2^{(1)}(0,\ 0) \frac{d^2 W_0^{(2)}}{dt^2} + b_{00}^{(1)} W_0^{(1)} = 0$$
$$(3.1)$$
$$[1 + m_2^{(2)}(0,\ 0)] \frac{d^2 W_0^{(2)}}{dt^2} + \Omega_2^2(0,\ n)\ W_0^{(2)} + m_1^{(2)}(0,\ 0) \frac{d^2 W_0^{(1)}}{dt^2} + b_{00}^{(2)} W_0^{(2)} = 0$$

Решение системы (3.1) может быть представлено в виде

$$W_0^{(1)}(t) = c_1 e^{i\omega t}, \qquad W_0^{(2)}(t) = c_2 e^{i\omega t} \tag{3.2}$$

где c_1 и c_2 — некоторые постоянные, ω — частота колебаний.

Подставляя (3.2) в (3.1) и приравнивая определитель нулю, получим следующее уравнение частот:

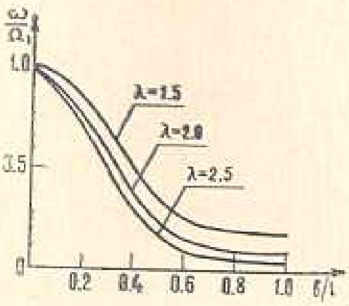
$$[(1 + m_1^{(1)}(0,0))(1 + m_2^{(2)}(0,\ 0)) - m_1^{(2)}(0,\ 0)\ m_2^{(1)}(0,\ 0)]\ \omega^4 -$$
$$- [(\Omega_1^2(0,\ n) + b_{00}^{(1)})(1 + m_2^{(2)}(0,\ 0)) + (\Omega_2^2(0,\ n) + b_{00}^{(2)}) \times \tag{3.3}$$
$$\times (1 + m_1^{(1)}(0,\ 0)]\ \omega^2 + (\Omega_1^2(0,\ n) + b_{00}^{(1)})(\Omega_2^2(0,\ n) + b_{00}^{(2)}) = 0$$

Полученное уравнение (3.3) может быть использовано для исследования частот собственных колебаний рассматриваемой системы.

Если одна из оболочек является абсолютно жесткой, то для частот колебаний соответственно получим

$$\omega^2 = \begin{cases} \dfrac{\Omega_2^2(0,\ n)}{1 + m_2^{(2)}(0,\ 0)} & \text{при} \quad D_1 = \infty \\[2ex] \dfrac{\Omega_1^2(0,\ n)}{1 + m_1^{(1)}(0,\ 0)} & \text{при} \quad D_2 = \infty \end{cases} \tag{3.4}$$

4. Для иллюстрации рассмотрим числовой пример осесимметричных колебаний системы, принимая $E_1=E_2=E$, $h_1=h_2=h$, $\rho_1=\rho_2=\rho$, $R_2=\lambda R_1$, $\rho=8\rho_0$, $m=1$, $l=\pi R_1$, $h=0.01R_1$.



Фиг. 1.

При этих исходных данных приведен график зависимости частот собственных колебаний системы ω от глубины жидкости b при различных значениях отношений радиусов оболочек λ.

Институт математики и механики
АН Армянской ССР

Поступила 18 X 1967

Գ. Ե. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ

ՀԱՄԱՌԱՆՑՔ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ԹԱՂԱՆԹՆԵՐԻ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԸ, ԵՐԲ ՆՐԱՆՑՈՎ ՍԱՀՄԱՆԱՓԱԿՎԱԾ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆԸ ՄԱՍՆԱԿԻՈՐԵՆ ԼՑՎԱԾ Է ՀԵՂՈՒԿՈՎ

Ամփոփում

Դիտարկված է՝ երկու համառանցք, կլոր, վերջավոր երկարությամբ, գլանային թաղանթների տատանումների խնդիրը, երբ թաղանթներով սահմանափակված տիրույթը մասնակիորեն լցված է անսեղմելի հեղուկով։

Ստացված են առնչություններ՝ սեփական տատանումների հաճախականությունների որոշման համար։

Ուսումնասիրված է լցված հեղուկի շերտի խորության և լայնության ազդեցությունները սեփական տատանումների հաճախականությունների վրա։

G. E. BAGDASARIAN

THE VIBRATIONS OF COAXIAL CYLINDRICAL SHELLS WITH A CLEARANCE PARTIALLY FILLED WITH FLUID

Summary

The problem of vibrations of coaxial circle cylindrical shells of finite length is consedered when that the region between the shells (clearance) is partially filled with incompressible fluid.

Depending on the depth of the filling and thickness of the clearance the vibration frequencies of the system are found.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Власов В. З.* Общая теория оболочек. Гостехиздат, М.—Л., 1949.
2. *Mixon John S., Herr Robert W.* An investigation of the vibration characteristics of pressurized thin-walled circular cylinders partly filled with liquid. Techn. Rept. NASA, Nr. R—145, 1962 (1963).
3. *Багдасарян Г. Е., Гнуни В. Ц.* Колебания цилиндрической оболочки, заполненной жидкостью переменной глубины. Докл. АН АрмССР, т. XI, № 4, 1965.