ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XXI, № 2, 1968 Механика

С. И. ЦАТУРЯН, П. И. ЦОЙ

К ЗАДАЧЕ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ГАЗА В ДЛИННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТРУБАХ

§ 1. Дифференциальные уравнения движения газа. Начальные и граничные условия

Неустановившееся, изотермическое и однородное движение газа в длинных цилиндрических газопроводах описывается следующей системой дифференциальных уравнений [1]:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=-\frac{\lambda u^2}{2D},\qquad \frac{\partial(\rho S)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u S)}{\partial x}=0,\qquad p=gRT\rho \tag{1.1}$$

Здесь p, u, ρ — средние значения по сечению соответственно давления, скорости и плотности газа в газопроводе, S — площадь поперечного сечения, D — диаметр трубы, R — газовая постоянная, T — абсолютная температура газа, λ — безразмерный коэффициент сопротивления, x — текущая координата сечения S трубы, где определяются все газодинамические элементы в момент времени t.

Задача состоит в том, чтобы найти решение системы (1.1), удовлетворяющее следующим начальным и граничным условиям [2]:

1. $t\leqslant 0$

$$\begin{gathered}
p=p_0(x)=\sqrt{p_n^2-(p_n^2-p_k^2)\frac{x}{l}}\\
\rho=\rho_0(x)=\frac{1}{gRT}\sqrt{p_n^2-(p_n^2-p_k^2)\frac{x}{l}}\\
u=u_0(x)=\frac{QRT}{S_0}\frac{1}{\sqrt{p_n^2-(p_n^2-p_k^2)\frac{x}{l}}}\\
S=S_0=\text{const}
\end{gathered}\tag{1.2}$$

т. е. режим движения является заданным и стационарным, зависящим только от расстояния x.

2. При $x=0$

$$p=p_n=\text{const},\quad \rho=\rho_n=\text{const},\quad u=u_n=\text{const},\quad S=S_0=\text{const} \tag{1.3}$$

3. При $x=l$ (l — длина газопровода)

$$p(l,t)=p_k+p_1(t) \tag{1.4}$$

Здесь $p_н$, $\rho_н$, $u_н$ — давление, плотность и скорость газа в начале газопровода (т. е. при $x=0$), p_k — давление газа в конце газопровода (т. е. при $x=l$), Q — весовой расход газа ($Q=\text{const}$ при $t\leqslant 0$), $p_1(t)$ — наперед заданная функция, обращающаяся в нуль при $t\leqslant 0$, причем она показывает закон изменения давления в зависимости от времени t в конце газопровода.

Введем вместо расхода в сечении S ($Q=gS\rho u$) его среднее значение в интервале измерения расхода, т. е.

$$gS_0\rho u=b=\text{const} \tag{1.5}$$

где S_0 — площадь поперечного сечения газопровода без учета его упругости.

Решение системы дифференциальных уравнений (1.1) ищем в виде

$$\begin{aligned} p(x,\ t) &= p_0(x)+p'(x,\ t)\\ \rho(x,\ t) &= \rho_0(x)+\rho'(x,\ t)\\ u(x,\ t) &= u_0(x)+u'(x,t)\\ S(x,\ t) &= S_0+S'(x,\ t)\end{aligned} \tag{1.6}$$

Здесь $p'(x,\ t)$, $\rho'(x,\ t)$ и $u'(x,\ t)$ — добавочные давление, плотность и скорость газа в сечении S, появляющиеся вследствие неустановившегося движения газа в трубе, причем эти функции являются конечными (не малыми), а $S'(x,\ t)$ — добавочная площадь поперечного сечения, зависящая от упругости стенок трубы. Известно, что [3]

$$S'=\frac{2S_0^{3/2}}{eE\pi^{1/2}}p' \tag{1.7}$$

где e — толщина стенок трубы, а E — модуль упругости трубы.

Будем предполагать, что S' — малая величина.

Введем безразмерные переменные. Для этого положим

$$t^*=\frac{t}{t_0},\quad x^*=\frac{x}{l},\quad p_0^*=\frac{p_0}{p_н},\quad \rho_0^*=\frac{\rho_0}{\rho_н},\quad u_0^*=\frac{u_0}{V},$$
$$p'^*=\frac{p'}{p_н},\quad \rho'^*=\frac{\rho'}{\rho_н},\quad u'^*=\frac{u'}{V},\quad S'^*=\frac{S'}{S_0} \tag{1.8}$$

где t_0, l, $p_н$, $\rho_н$, V, S_0 — характерные соответственно время, длина, давление, плотность, скорость и площадь. За характерное давление принято давление газа в начале ($x=0$) газопровода при стационарном режиме работы, за характерную площадь — площадь поперечного сечения газопровода при стационарном режиме работы, за характерную длину — длина трубопровода.

Характерные скорость, плотность и время определяются из системы уравнений (1.1) в виде

$$V=\frac{4gp_н S_0^{3/2}}{\lambda bl\pi^{1/2}},\quad \rho_н=\frac{p_н}{gRT},\quad t_0=\frac{\lambda bl^2\pi^{1/2}}{4gp_н S_0^{3/2}} \tag{1.9}$$

В дальнейшем все расчеты будут производиться от $t=0$ до $t=t_0$. Следовательно, безразмерное время $t^*=\dfrac{t}{t_0}$ будет изменяться от 0 до 1.

Тогда система дифференциальных уравнений (1.1) на основании (1.5)–(1.9) и малости S примет в безразмерных величинах вид

$$u=-\frac{\partial p}{\partial x}-\frac{S}{2}\frac{\partial}{\partial x}(p_0+p)$$

$$(1+S)\frac{\partial p}{\partial t}+(p_0+p)\frac{\partial S}{\partial t}-(p_0+p)\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}-\frac{3}{2}\Big\{(p_0+$$

$$+p)\frac{\partial}{\partial x}(p_0+p)\frac{\partial S}{\partial x}+S\left[\frac{\partial}{\partial x}(p_0+p)\right]^2+S(p_0+p)\frac{\partial^2}{\partial x^2}(p_0+p)\Big\}-$$

$$-2\left(\frac{\partial p_0}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)-\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2-p\frac{\partial^2 p_0}{\partial x^2}=0 \qquad (1.10)$$

$$p=\rho$$

$$S=\varepsilon p$$

где

$$\varepsilon=\frac{p_0 S_0^{1/2}}{eE\pi^{1/2}}<1$$

На основании (1.6) и (1.8) условия (1.2)—(1.4) примут вид

1. при $t=0$ $p(x,t)=\rho(x,t)=u(x,t)=S(x,t)=0$
2. при $x=0$ $p(x,t)=\rho(x,t)=u(x,t)=S(x,t)=0$ (1.11)
3. при $x=1$ $p(t)=p_1(t)$

В этих формулах для простоты записи были опущены звездочки и штрихи.

§ 2. Решение системы уравнений (1.10)

Из системы дифференциальных уравнений (1.10) видно, что, зная давление, без труда можно определить как плотность, скорость, так и площадь поперечного сечения. Поэтому в дальнейшем будем определять решение второго уравнения системы (1.10).

Второе уравнение системы (1.10) в силу четвертого уравнения той же системы, после преобразования координат

$$z=\frac{\sqrt{1-(1-k^2)x}-k}{1-\sqrt{1-(1-k^2)x}} \qquad (2.1)$$

примет следующий вид

$$\frac{8}{c^2}\frac{(k+z)^3}{(1+z)^3}\left[1+\varepsilon\left(\frac{k+z}{1+z}\right)+2\varepsilon p\right]\frac{\partial p}{\partial t}-\frac{(1+z)^2}{a}\left[3\varepsilon p^2+\left(2+\right.\right.$$

$$\left.\left.+3\varepsilon\frac{k+z}{1+z}\right)p+2\frac{k+z}{1+z}\right]\left\{(k+z)\left[\frac{(1+z)}{a}\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}+\frac{2}{a}\frac{\partial p}{\partial z}\right]-\right.$$

$$\left.-\frac{\partial p}{\partial z}\right\}-\frac{(k+z)(1+z)^2}{a^2}\left[2(1+3\varepsilon p)(1+z)+3\varepsilon(k+z)\right]\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)^2-$$

$$-\frac{(k+z)(1+z)}{a}\left[4+\frac{6\varepsilon(k+z)}{1+z}+9\varepsilon p\right]\frac{\partial p}{\partial z}+3\varepsilon p^2+2p=0 \qquad (2.2)$$

где

$$c=1-k^2;\quad a=1-k,\quad k=\frac{p_k}{p_n}<1$$

Начальное и граничные условия для уравнения (2.2) будут

$$\begin{array}{lll} 1.\ \text{при}\ t=0 & p(z,\ t)=0 & \\ 2.\ \text{при}\ z=\infty & p(z,\ t)=0 & (2.3) \\ 3.\ \text{при}\ z=0 & p(z,\ t)=p_1(t) & \end{array}$$

Следуя Дородницыну А. А., сделаем следующие преобразования:

$$\sqrt{t}=\tau,\quad \zeta=\frac{z}{\sqrt{Mt}} \qquad (2.4)$$

где

$$M=\frac{c^2}{a^2k(1+\varepsilon)}$$

Кроме того решение уравнения (2.2) будем искать в виде

$$p=\sum_{n=0}^{\infty}\psi_n(\zeta)\,\tau^{n+2} \qquad (2.5)$$

Тогда, подставляя (2.5) в (2.2) с учетом (2.4) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях τ, получим следующую систему дифференциальных уравнений для определения всех членов ряда (2.5).

Эта система дифференциальных уравнений имеет вид

$$\frac{d^2\psi_n}{d\zeta^2}+2\zeta\frac{d\psi_n}{d\zeta}-2(n+2)\psi_n=\sum_{n=1}^{4}H_i\zeta^i\left[2(n-i+2)\psi_{n-i}-\right.$$

$$\left.-2\zeta\frac{d\psi_{n-i}}{d\zeta}\right]+\sum_{i=0}^{4}R_i\zeta^i\left\{\psi_0\left[2(n-i)\psi_{n-i-2}-2\zeta\frac{d\psi_{n-i-2}}{d\zeta}\right]+\right.$$

$$\left.+\cdots+\psi_{n-i-2}\left[2(n-i)\psi_0-2\zeta\frac{d\psi_0}{d\zeta}\right]\right\}-\sum_{i=1}^{8}M_i\zeta^i\frac{d^2\psi_{n-1}}{d\zeta^2}-$$

$$-\sum_{i=0}^{8}\Big\{D_i\Big[\Big(\chi_0\frac{d^2\psi_{n-i-4}}{d\zeta^2}+\cdots+\chi_{n-i-4}\frac{d^2\psi_0}{d\zeta^2}\Big)+$$

$$+2(\psi_0\theta_{n-i-4}+\cdots+\psi_{n-i-4}\theta_0)\Big]+$$

$$+T_i\Big[\Big(\psi_0\frac{d^2\psi_{n-i-2}}{d\zeta^2}+\cdots+\psi_{n-i-2}\frac{d^2\psi_0}{d\zeta^2}\Big)+\theta_{n-i-2}\Big]\Big\}\zeta^i-$$

$$-\sum_{i=0}^{7}\Big\{\Big[N_i\Big(\chi_0\frac{d\psi_{n-i-5}}{d\zeta}+\cdots+\chi_{n-i-5}\frac{d\psi_0}{d\zeta}\Big)-$$

$$-E_i\Big(\psi_0\frac{d\psi_{n-i-3}}{d\zeta}+\cdots+\psi_{n-i-3}\frac{d\psi_0}{d\zeta}\Big)+$$

$$+B_i\frac{d\psi_{n-i-1}}{d\zeta}\Big]\zeta^i\Big\}+\sum_{i=0}^{4}[(F_i\psi_{n-i-2}+\Delta_i\chi_{n-i-4})\zeta^i] \qquad (2.6)$$

где $n=0, 1, 2, 3, \cdots$

$$\chi_n=\psi_0\psi_n+\psi_1\psi_{n-1}+\cdots+\psi_{n-1}\psi_1+\psi_n\psi_0$$

$$\theta_n=\frac{d\psi_0}{d\zeta}\frac{d\psi_n}{d\zeta}+\frac{d\psi_1}{d\zeta}\frac{d\psi_{n-1}}{d\zeta}+\cdots+\frac{d\psi_n}{d\zeta}\frac{d\psi_0}{d\zeta}$$

причем

$$H_1=\frac{M^{3/2}a^2}{c^2}(3+k+4\varepsilon k),\qquad H_2=\frac{3M^2a^2}{c^2}(1+k+2\varepsilon k),$$

$$H_3=\frac{M^{5/2}a^2}{kc^2}(3+k+4\varepsilon),\quad H_4=\frac{M^3a^2}{k^2c^2}(1+\varepsilon),\quad R_0=\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon},$$

$$R_1=\frac{2\varepsilon M^{3/2}a^2}{c^2}(3+k),\quad R_2=\frac{6\varepsilon M^2a^2}{kc^2}(1+k),\quad R_3=\frac{2\varepsilon M^{5/2}a^2}{kc^2}(3+k^2),$$

$$R_4=\frac{2\varepsilon M^3a^2}{k^2c^2},\quad M_1=\frac{2M^{1/2}}{k}(1+3k),\quad M_2=\frac{M}{k^2}(1+12k+15k^2)$$

$$M_3=\frac{2M^{3/2}}{k_2}(3+15k+10k^2),\qquad M_4=\frac{5M^2}{k^2}(3+8k+3k^2),$$

$$M_5=\frac{2M^{5/2}}{k^2}(10+15k+3k^2),\qquad M_6=\frac{M^3}{k^2}(15+12k+k^2),$$

$$M_7=\frac{2M^{7/2}}{k^2}(3+k),\quad M_8=\frac{M^4}{k^2},\quad D_0=\frac{3\varepsilon}{2k},\quad D_1=\frac{3\varepsilon M^{1/2}}{2k^2}(1+7k),$$

$$D_2=\frac{21\varepsilon M}{2k^2}(1+3k),\quad D_3=\frac{21\varepsilon M^{3/2}}{2k^2}(3+5k),\quad D_4=\frac{105\varepsilon M^2}{2k^2}(1+k),$$

$$D_5=\frac{21\varepsilon M^{5/2}}{2k^2}(5+3k),\quad D_6=\frac{21\varepsilon M^3}{2k^2}(3+k),\quad D_7=\frac{3\varepsilon M^{7/2}}{2k^2}(7+k),$$

$$D_8=\frac{3\varepsilon M^4}{2k^2},\quad N_0=\frac{3\varepsilon M^{1/2}}{2k^2}(1+k),\quad N_1=\frac{3\varepsilon M}{k^2}(4+3k),$$

$$N_2=\frac{9\varepsilon M^{3/2}}{2k^2}(9+5k),\qquad N_3=\frac{15\varepsilon M^2}{k^2}(5+2k^2),$$

$$N_4=\frac{15\varepsilon M^{5/2}}{2k^2}(11+3k),\qquad N_5=\frac{63\varepsilon M^3}{k^2},$$

$$N_6=\frac{3\varepsilon M^{7/2}}{2k^2}(13+k),\qquad N_7=\frac{3\varepsilon M^4}{k^2}$$

$$E_0=\frac{M^{1/2}}{k^2}(1-2k-3\varepsilon k),\qquad E_1=\frac{M}{k^2}[2(2-9k)-3\varepsilon(1+6k)]$$

$$E_2=-\frac{3M^{3/2}}{2k^2}[3+25k+6\varepsilon(2+5k)],$$

$$E_3=-\frac{5M^2}{k^2}[2(2+5k)+3\varepsilon(3+4k)]$$

$$E_4=-\frac{5M^{5/2}}{2k^2}[13+16k+6\varepsilon(4+3k)],$$

$$E_5=-\frac{3M^3}{2k^2}[9+5k+3\varepsilon(5+2k)]$$

$$E_6=-\frac{M^{7/2}}{2k^2}[23+5k+6\varepsilon(6+k)],\qquad E_7=-\frac{M^4}{k^2}(2+3\varepsilon)$$

$$T_i=4C_8^i(2+3\varepsilon)M^{i/2}\quad(i=0,\ 1,\ 2,\cdots,\ 8)$$

$$B_i=C_7^i\frac{M^{\frac{i+1}{2}}}{k^2}(2+a+3\varepsilon a)\quad(i=1,\ 2,\cdots,\ 7)$$

$$F_i=C_4^i\frac{M^{\frac{i+2}{2}}}{k^2},\qquad \Delta_i=3C_4^i\varepsilon\frac{M^{\frac{i+2}{2}}}{2k^2}a^2\quad(i=0,\ 1,\cdots,\ 4)$$

C_j^i $(j=4,\ 7,\ 8)$ — сочетание из j по i.

Предположим, что функция $p_1(t)$ может быть разложена в ряд по степеням τ в виде

$$p_1(t)=\sum_{n=0}^{\infty}b_n\tau^{n+2}$$

Тогда граничные условия для ψ_n $(n=0, 1, 2, \cdots)$ будут:

$$\begin{array}{ll} \text{при } \zeta = 0 & \psi_n = b_n \\ \text{при } \zeta = \infty & \psi_n = 0 \end{array} \tag{2.7}$$

Из системы дифференциальных уравнений (2.6) видно, что имея решение первого уравнения $(n = 0)$, т. е. ψ_0, можно решить второе уравнение системы $(n = 1)$, зетем по значениям ψ_0 и ψ_1 можно определить ψ_2, т. е. решить третье уравнение системы $(n = 2)$. При этом легко заметить, что если известны $\psi_0, \psi_1, \cdots, \psi_{n-1}$, то можно определить ψ_n.

Из сказанного следует, что для нахождения функции ψ_n $(n = 0, 1, 2, \cdots)$ необходимо решить следующее уравнение

$$\frac{d^2\psi_n}{d\zeta^2} + 2\zeta\frac{d\psi_n}{d\zeta} - 2(n+2)\psi_n = \Psi_n(\zeta) \tag{2.8}$$

с граничными условиями (2.7).

Здесь $\Psi_n(\zeta)$ — заранее известная функция аргумента ζ.

Прежде всего найдем решение однородного уравнения

$$\frac{d^2\psi_n}{d\zeta^2} + 2\zeta\frac{d\psi_n}{d\zeta} - 2(n+2)\psi_n = 0 \tag{2.9}$$

Общее решение уравнения (2.9) можно записать в виде [4], [5]

$$\psi_n = C_1 L_{n+2}(\zeta) + C_2 P_{n+2}(\zeta) \tag{2.10}$$

где C_1 и C_2 — постоянные интегрирования, а $P_{n+2}(\zeta)$ — полином степени $(n+2)$ [4].

Функции $L_n(\zeta)$ имеют вид [6]

$$L_n(\zeta) = A_n \int\limits_{\infty}^{\zeta} \Big[\underbrace{\int\int \cdots \int e^{-y^2} (dy)^n}_{n} \Big] dy$$

в частности,

$$L_0 = A_0 \int\limits_{\infty}^{\zeta} e^{-y^2} dy, \quad L_n(0) = 1, \quad L_n(\infty) = 0$$

Между коэффициентами и функциями $L_n(\zeta)$ существуют следующие соотношения [6]:

$$A_n = 2nA_{n-2}, \quad A_0 = -\frac{2}{\sqrt{\pi}}, \quad A_1 = 2$$

$$\zeta L_n(\zeta) = \frac{A_n}{A_{n+1}}(n+1)\left[L_{n+1}(\zeta) - L_{n-1}(\zeta)\right]$$

$$L_n^{(r)}(\zeta) = \frac{A_n}{A_{n-r}} L_{n-r}(\zeta), \qquad \int\limits_{\infty}^{\zeta} L_n(\zeta)\, d\zeta = \frac{A_n}{A_{n+1}} L_{n+1}(\zeta)$$

Учитывая граничные условия (2.7) для C_1 и C_2, получим

$$C_1 = b_n$$
$$C_2 = 0$$

Отметим, что для всех нечетных n краевые условия для ψ_n однородны, т. е. при нечетных n

$$C_1 = C_2 = 0$$

Тогда общее решение уравнения (2.8) будет

$$\psi_n = b_n L_{n+2}(\zeta) + \overline{\psi}_n(\zeta) \tag{2.11}$$

где $\overline{\psi}_n(\zeta)$ — частное решение уравнения (2.8).

Решение уравнения (2.6) имеет вид

при $n = 0$
$$\psi_0 = b_0 L_2 \tag{2.12}$$
при $n = 1$

$$\psi_1 = \frac{A_0 b_0}{4}\left[(H_1 - M_1 - 2B_0)(L_3 - L_1) + (M_1 - H_1)(L_1 - e^{-\zeta^2})\right] \tag{2.13}$$

при $n = 2$

$$\begin{aligned}\psi_2 = b_2 L_4 + \frac{b_0}{16}\{[H_1(8H_1 - 7M_1 - 10B_0) - (3M_1 + B_0)(H_1 - M_1 - 2B_0) + \\ + 4(H_2 - M_2 - B_1)](L_4 - 2L_2 + L_0) + 4F_0(L_4 - L_2)\} + \\ + \frac{b_0^2}{2}\left[\frac{A_2^2}{A_3 A_1}(R_0 - T_0)(L_3 L_1 - L_4) - T_0(L_2^2 - L_4)\right] + \\ + \frac{A_0 b_0}{48}\left\{\left[H_1(3M_1 - 3H_1 - 2B_0) + \right.\right. \\ \left.\left. + 2\left(B_0 + \frac{3}{H_1}\right)(M_1 - H_1) + 8(H_2 - M_2)\right]\zeta e^{-\zeta^2} + 3H_1(M_1 - H_1)\zeta^3 e^{-\zeta^2}\right\}\end{aligned} \tag{2.14}$$

Ограничиваясь значениями $n = 0, 1, 2$, на основании (1.6), (2.5), третьего и четвертого уравнения системы (1.10), для давления, плотности и поперечного сечения можем написать следующие формулы:

$$p(x, t) = p_n[p_0(x) + t\psi_0 + t^{3/2}\psi_1 + t^2\psi_2]$$

$$\rho(x, t) = \rho_n[\rho_0(x) + t\psi_0 + t^{3/2}\psi_1 + t^2\psi_2]$$

$$S(x, t) = S_0[1 + \varepsilon(t\psi_0 + t^{3/2}\psi_1 + t^2\psi_2)]$$

где

$p_0(x) = \rho_0(x) = \sqrt{1 - (1 - k^2)x}$, $0 \leqslant x \leqslant 1$, а ψ_0, ψ_1 и ψ_2 определяются выражениями (2.12)—(2.14).

Определяя давление, легко найти скорость.

В самом деле, предполагая, что

$$u=\sum_{n=0}^{\infty} f_n(\zeta)\,\tau^{n+1} \tag{2.15}$$

и подставляя (2.15), (2.5) в первое уравнение системы (1.10) с учетом (2.1), (2.4), затем приравнивая в полученном выражении коэффициенты при одинаковых степенях τ, получаем следующую систему дифференциальных уравнений для определения всех членов ряда (2.15)

$$f_n(\zeta)=\frac{(1+k)}{2k}\sum_{i=0}^{3} C_3^i M^{\frac{i-1}{2}}\zeta^i\frac{d\psi_{n-i}}{d\zeta}+\frac{\pm(1-k^2)}{4k}\left(\psi_{n-1}+M^{1/2}\zeta\psi_{n-2}\right)+$$
$$+\frac{\pm(1+k)}{8k}\sum_{i=0}^{3} C_3^i M^{\frac{i-1}{2}}\zeta^i\left(\psi_0\frac{d\psi_{n-i-2}}{d\zeta}+\cdots+\psi_{n-i-2}\frac{d\psi_0}{d\zeta}\right)-M^{1/2}\zeta f_{n-1} \tag{2.16}$$

где $n=0,\ 1,\ 2,\ 3,\cdots$

Здесь, также ограничиваясь значениями $n=0,\ 1,\ 2$ для скорости получаем следующую формулу:

$$u(x,\ t)=V\left[u_0(x)+t^{1/2}f_0+tf_1+t^{3/2}f_2\right]$$

где

$$u_0(x)=\frac{QRT}{S_0 p_{\text{н}} V}\,\frac{1}{\sqrt{1-(1-k^2)x}}$$

а f_0, f_1 и f_2 определяются из (2.16), придавая n значения 0, 1 и 2.

Тульский политехнический
институт

Поступила 3 V 1967

Մ. Ի. ՄԱՏՈՒՐՅԱՆ, Գ. Ի. ՑՈՅ

ԵՐԿԱՐ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ԽՈՂՈՎԱԿՆԵՐՈՒՄ ԳԱԶԵՐԻ ՉՀԱՍՏԱՏՎԱԾ ՇԱՐԺՄԱՆ ԽՆԴՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում ստացված են բանաձևեր երկար գլանային խողովակներում գազերի չհաստատված, իզոթերմիկ, հոմոգեն և միաչափ շարժման ժամանակ՝ որոշիչ ժամանակի համար, գազի ճնշումը, խտությունը, արագությունը և խողովակի ընդլայնական հատույթի մակերեսը որոշելու համար։

S. I. TZATURIAN and P. I. TZOY

ON THE PROBLEM OF NON-STATIONARY GAS MOVEMENT IN LONG CYLINDRICAL PIPES

Summary

Formulae for determining pressure, density, speed of gas and the area of the cross section of a pipe in case of non-stationary, isothermic, homogenious and single-measurable gas movement in long cylindrical pipelines for a characteristic time are obtained.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Чарный И. А.* Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. Гостехиздат, М.-Л., 1951.
2. *Смирнов А. С., Ширковский А. И.* Добыча и транспорт газа. Гостехиздат, М., 1957.
3. *Жуковский Н. Е.* О гидравлическом ударе в водопроводных трубах. Гостехтеориздат, М.-Л., 1949.
4. *Мхитарян А. М.* К теории конвекции большого масштаба. Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат., естеств. и техн. наук, т. 8, № 1, 1955.
5. *Мхитарян А. М.* Модель нестационарной зональной муссонной циркуляции атмосферы. Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат. наук, т. 11, № 6, 1958.
6. *Гутман Л. А.* К вопросу о расчете теплового состояния тел. Инж. сб., № 15, 1953.