ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XXI, № 1, 1968 Механика

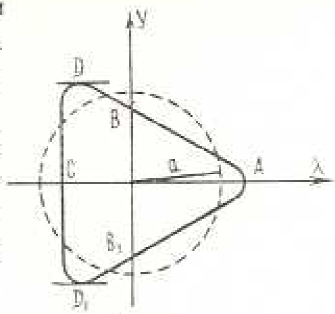
А. А. ЮРЬЕВА

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И КОНЦЕНТРАЦИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ОРТОТРОПНОЙ ПЛАСТИНКЕ, ОСЛАБЛЕННОЙ ТРЕУГОЛЬНЫМ ОТВЕРСТИЕМ, НА КОНТУРЕ КОТОРОГО ЗАДАНА ТЕМПЕРАТУРА

§ 1. Рассмотрим свободную пластинку с треугольным отверстием, расположенным так, как показано на фиг. 1. Размеры отверстия считаем малыми по сравнению с размерами пластинки, материал пластинки предполагается ортотропным в отношении его упругих и тепловых свойств, по толщине пластинки температура не изменяется, температура на контуре задана.

Рассмотрим сначала вопрос распределения температуры в такой пластинке. Известно, что отображающая функция внешности треугольного контура на внешность единичного круга имеет вид

$$z = a\left(\zeta + \frac{\varepsilon}{\zeta^2}\right) \tag{1.1}$$



Фиг. 1.

где ε — малый параметр, $z = x + iy$

$$x = a(\cos\vartheta + \varepsilon\cos 2\vartheta) \qquad y = a(\sin\vartheta - \varepsilon\sin\vartheta) \tag{1.2}$$

Воспользовавшись решением уравнения теплопроводности, данным в работе [1], имеем:

$$T = 2\,\mathrm{Re}\,\varphi_3(z_3'), \quad z_3' = z + \lambda_3\bar{z}, \quad \lambda_3 = \frac{1+im}{1-im} \tag{1.3}$$

Здесь $m = \nu i$ — температурный комплексный параметр 2-го рода.

Пользуясь методом малого параметра, температуру на контуре отверстия и функцию, определяющую поле температур, представим в виде рядов по степени параметра ε

$$2\,\mathrm{Re}\,\varphi_3(z_3') = \sum_{k=0}\varepsilon^k\left[a_{k0} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_{kn}e^{in\vartheta} + a_{-kn}e^{-in\vartheta}\right)\right] \tag{1.4}$$

$$\varphi_j = \varphi_{j0} + \varepsilon\varphi_{j1} + \varepsilon^2\varphi_{j2} + \cdots \quad \text{при } j = 3 \tag{1.5}$$

где a_{k0}, a_{kn}, a_{-kn} — известные коэффициенты.

Рассуждая, как в работе [2] (§ 51), придадим выражению (1.5) такой вид:

$$\varphi_j = \varepsilon^k \{ f_{jk}(\zeta_j') + [\psi(\zeta) + \lambda_j \bar{\psi}(\bar{\zeta})] f_{j,\,k-1}'(\zeta_j') +$$

$$+ \frac{1}{2!} [\psi(\zeta) + \lambda_j \bar{\psi}(\bar{\zeta})] f_{j,\,k-2}''(\zeta_j') + \cdots +$$

$$+ \frac{1}{k!} [\psi(\zeta) + \lambda_j \bar{\psi}(\bar{\zeta})]^k f_{j0}^{(k)}(\zeta_j') + \cdots \} \tag{1.6}$$

где

$$\zeta_j' = \zeta + \lambda_j \bar{\zeta} \quad k = 0,\ 1,\ 2 \cdots \quad j = 3 \tag{1.7}$$

Из формулы (1.7) следует, что функции $f_{3k}(\zeta_3')$ определены внутри эллипсов, полученных афинным преобразованием единичного круга $|\zeta| = 1$.

Задача определения функции $\varphi_3(z_3')$ для пластинки, ослабленной отверстием вида (1.2), сводится к задаче, решенной в работе [1].

Представим функцию f_{3k} в следующем виде:

$$f_{3k} = \sum_{n=1}^{\infty} c_{kn} t_3^{-n} \quad t_3 = \frac{\zeta_3' + \sqrt{\zeta_3'^2 - 4\lambda_3}}{2} \tag{1.8}$$

Сравнивая формулы (1.4) и (1.6) и учитывая, что на контуре единичного круга $e^{i\theta} = t_3 = \sigma$, для нулевого приближения функции φ_3 получаем

$$\varphi_{30} = \sum_{n=1}^{\infty} a_{-0n} t^{-n}$$

Используя выражения (52.4)—(52.6) работы [2] для температуры, заданной в общем виде рядом Фурье (1.4), находим следующее выражение функции φ_3 в третьем приближении:

$$\varphi_3 = \sum_{n=1}^{\infty} a_{-0n} t_3^{-n} + \varepsilon \left(\sum_{n=1}^{\infty} a_{-1n} t_3^{-n} - a_{-01}\lambda_3 \right) +$$

$$+ \varepsilon^2 \left(\sum_{n=1}^{\infty} a_{-2n} t_3^{-n} + \bar{a}_{-01} \bar{\lambda}_3^2 t_3^{-1} + a_{-01} \lambda_3^2 t_3 + c_1 \right) +$$

$$+ \varepsilon^3 \left(\sum_{n=1}^{\infty} a_{-3n} t_3^{-n} - \bar{c}_2 t_3^{-1} + \bar{a}_{-01} \bar{\lambda}_3^3 t_3^{-2} + c_2 t_3 - a_{-01} \lambda_3^3 t_3^2 - c_3 \right) \tag{1.9}$$

где

$$c_1 = \lambda_3 (a_{-02}\lambda_3 - a_{-11}), \quad c_2 = \lambda_3^2 (a_{-11} - 2a_{-02}\lambda_3)$$

$$c_3 = \lambda_3 [a_{-21} - \lambda_3 a_{-12} - 2a_{-03}\lambda_3 (2\lambda_3 - 3) + a_{-01}\lambda_3 (4\lambda_3^2 + 3\lambda_3 + 1)]$$

По формулам (1.3) и (1.9) можно найти температуру в любой точке ортотропной пластинки, ослабленной треугольным отверстием.

Ниже рассмотрим вопрос концентрации температурных напряжений вблизи треугольного отверстия.

§ 2. Известная формула нормальных напряжений, действующих на площадках, перпендикулярных к краю отверстия, для случая, когда эти напряжения являются температурными, принимает следующий вид:

$$\sigma_\vartheta = \frac{2}{aLM^2}\{q_1 B[A^4(2\beta^2-1)\delta^2 + A^2B^2(\beta^2\delta^2 - 2\beta^2 - 1) + B^4\beta^2] +$$

$$+ q_2 B[A^4(2\delta^2-1)\beta^2 + A^2B^2(\beta^2\delta^2 + 2\delta^2 - 1) + B^4\delta^2] +$$

$$+ g_1 A\beta[A^4\delta^2 + A^2B^2(-\beta^2\delta^2 + 2\delta^2 + 1) + B^4(2-\beta^2)] +$$

$$+ g_2 A\delta[A^4\beta^2 + A^2B^2(-\beta^2\delta^2 + 2\beta^2 + 1) + A^4(2-\delta^2)]\} +$$

$$+ \frac{2r}{M^2}[q_3(A^2 - \nu^2B^2) - 2AB\nu g_3] \tag{2.1}$$

Здесь

$$\frac{d\varphi_1}{d\vartheta} = q_1 + ig_1, \qquad \frac{d\varphi_2}{d\vartheta} = q_2 + ig_2, \qquad \varphi_3 = q_3 + ig_3$$

$$A = \cos\vartheta - 2\varepsilon\cos 2\vartheta, \qquad B = \sin\vartheta + 2\varepsilon\sin 2\vartheta$$

$$L = (A^2\beta^2 + B^2)(A^2\delta^2 + B^2)$$

$$M^2 = A^2 + B^2, \qquad r = \frac{\alpha_1\nu^2 - \alpha_2}{a_{11}(\nu^2 - \beta^2)(\nu^2 - \delta^2)}$$

α_1 и α_2 — температурные коэффициенты линейной деформации.

Для определения функций φ_1 и φ_2, представленных формулами (1.6) при $j = 1, 2$, предварительно выводим следующие соотношения:

$$(\psi + \lambda_1\bar{\psi}) f_{1k} = A_{k0}\Big(\lambda_1\sigma + \lambda_1^2\bar{\sigma} +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty}\lambda_1^{n-1}(1-\lambda_1^3)\bar{\sigma}^{-2n+1} - A_{k1}\lambda_1 + \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn}^{(1)}\sigma^{-n}\Big)$$

$$\frac{1}{2!}(\psi + \lambda_1\bar{\psi})^2 f''_{1k} = -\frac{1}{2}A_{k0}\left[\lambda_1\sigma^2 + \lambda_1^2 + \sum_{n=1}^{\infty}\lambda_1^n(1+\lambda_1^3)\sigma^{-2n}\right] +$$

$$+ A_{k1}\lambda_1\sigma + 3A_{k2}\lambda_1 + \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn}^{(2)}\sigma^n \tag{2.2}$$

$$\frac{1}{3!}(\psi + \lambda_1\bar{\psi})^3 f'''_{1k} = 3A_{k0}\Big\{\lambda_1(\lambda_1+\sigma)[\lambda_1^2\sigma + \lambda_1(3+\lambda_1^3)\sigma^{-3} + (3+\lambda_1^3 +$$

$$+ \lambda_1^6)\sigma^{-7}] + \sum_{n=1}^{\infty}\lambda_1^n\bar{\sigma}^{-2n+2}(1+\lambda_1^3)^3\Big\} -$$

$$-A_{k1}\lambda_1^3(\lambda_1+\sigma)-4A_{k2}\lambda_1^3+\sum_{n=1}^{\infty}A_{kn}^{(3)}\sigma^{-n}$$

где

$$A_{k1}^{(1)}=-2A_{k2}\lambda_1,\qquad A_{k2}^{(1)}=-A_{k1}\lambda_1^2-3A_{k3}\lambda_1$$

$$A_{k1}^{(2)}=A_{k1}\lambda_1^2+6A_{k3}\lambda_1,\qquad A_{k2}^{(2)}=3A_{k2}\lambda_1^2+10\,A_{k4}\lambda_1$$

$$A_{k1}^{(3)}=-4A_{k2}\lambda_1^4-10\,A_{k3}\lambda_1^3,\qquad A_{k2}^{(3)}=-10\,A_{k3}\lambda_1^4-20\,A_{k4}\lambda_1^3$$

$$f_{1k}=A_{k0}\ln\sigma+\sum_{n=1}^{\infty}A_{kn}\sigma^{-n},\qquad A_{k0}=\frac{N_{k0}}{\beta^2-\delta^2}\left(\delta^2-\nu^2+\frac{x_1}{ra_{11}}\right)$$

$$N_{kn}=da_{-k,\,n+1}+la_{-k,\,n-1},\quad d=\frac{ra}{2}(1+\nu),\quad l=-\frac{ra}{2}(1-\nu)$$

Чтобы получить выражения f_{2k} и B_{k0}, следует в предыдущих формулах заменить A_{k0}, A_{kn} и δ^2 соответственно на B_{k0}, B_{kn} и β^2.

С помощью формул (1.6) и (2.2) находим следующее выражение функции φ_1:

$$\varphi_1=A_{00}\ln\sigma+\frac{m-\mu_2}{\mu_1-\mu_2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{N_{0n}}{n}\sigma^{-n}+\varepsilon\left(\frac{m-\mu_2}{\mu_1-\mu_2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{N_{1n}}{n}\sigma^{-n}+\right.$$

$$\left.+a_1\sigma^{-1}+A_{00}\lambda_1\sigma-A_{01}\lambda_1+A_{10}\ln\sigma\right)+\varepsilon^2\left(\frac{m-\mu_2}{\mu_1-\mu_2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{N_{2n}}{n}\sigma^{-n}+\right.$$

$$\left.+a_2\sigma^{-1}+a_3\sigma^{-2}+A_{20}\ln\sigma+a_4\sigma-\frac{1}{2}A_{00}\lambda_1\sigma^2+a_5\right)+$$

$$+\varepsilon^3\left(\frac{m-\mu_2}{\mu_1-\mu_2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{N_{3n}}{n}\sigma^{-n}+A_{30}\ln\sigma+a_6\sigma^{-3}+a_7\sigma^{-2}+a_8\sigma^{-1}-a_9+\right.$$

$$\left.+a_{10}\sigma-a_{11}\sigma^2+A_{00}\lambda_1^3\sigma^3\right).\tag{2.3}$$

Здесь

$$a_1=\frac{1}{\mu_1-\mu_2}[\bar{A}_{00}\bar{\lambda}_1(\mu_2-\bar{\mu}_1)+\bar{B}_{00}\bar{\lambda}_2(\mu_2-\bar{\mu}_2)]$$

$$a_2=\frac{1}{\mu_1-\mu_2}[(\bar{A}_{10}-\bar{A}_{01})\bar{\lambda}_1(\mu_2-\bar{\mu}_1)+(\bar{B}_{10}+\bar{B}_{01})(\mu_2-\bar{\mu}_2)]\tag{2.4}$$

$$a_3=\frac{1}{2(\mu_1-\mu_2)}[\bar{A}_{00}\bar{\lambda}_1^2(\mu_2-\bar{\mu}_1)+\bar{B}_{00}\bar{\lambda}_2^2(\mu_2-\bar{\mu}_2)]$$

$$a_4=\lambda_1(A_{10}+A_{01}),\qquad a_5=\lambda_1\left(3\,A_{02}-\frac{1}{2}A_{00}\lambda_1^2-A_{11}\right)$$

$$a_6 = \frac{1}{\mu_1 - \mu_2} [\bar{\lambda}_1 (\mu_2 - \bar{\mu}_1)(A_{20} - 4\bar{A}_{02} \bar{\lambda}_1^2 + 3\bar{A}_{00} \bar{\lambda}_1^3) +$$

$$+ \bar{\lambda}_2 (\mu_2 - \bar{\mu}_2)(\bar{B}_{20} - 4\bar{B}_{02} \bar{\lambda}_1^2 + 3\bar{B}_{00} \bar{\lambda}_2^3)] \tag{2.5}$$

$$a_7 = \frac{1}{\mu_1 - \mu_2} \left[\bar{\lambda}_1^2 (\mu_2 - \bar{\mu}_1) \left(\bar{A}_{01} \bar{\lambda}_1 + \frac{1}{2} \bar{A}_{10} \right) + \bar{\lambda}_2^2 (\mu_2 - \bar{\mu}_2) \left(\bar{\lambda}_1 \bar{B}_{01} + \frac{1}{2} \bar{B}_{10} \right) \right]$$

$$a_8 = \frac{1}{\mu_1 - \mu_2} [3\bar{A}_{00} \bar{\lambda}_1^3 (\mu_2 - \bar{\mu}_1) + 3\bar{B}_{00} \bar{\lambda}_2^3 (\mu_2 - \bar{\mu}_2)]$$

$$a_9 = \lambda_1 \left(A_{01} \lambda_1^3 + 10 A_{03} \lambda_1^2 + \frac{1}{2} A_{10} \lambda_1^2 - 3A_{12} \lambda_1 + A_{21} \right)$$

$$a_{10} = \lambda_1 (3A_{00} \lambda_1^3 - 4A_{02} \lambda_1^2 + A_{11} \lambda_1 + A_{20}), \quad a_{11} = \lambda_1^2 \left(A_{01} \lambda_1 + \frac{1}{2} A_{10} \right)$$

$$A_{11} = \frac{m - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} N_{11} + a_1 - A_{00} \lambda_1^2 - 2A_{02} \lambda_1$$

$$A_{12} = \frac{m - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} \frac{N_{12}}{2} + A_{01} \lambda_1^2 + 3A_{03} \lambda_1 \tag{2.6}$$

$$A_{21} = \frac{m - \mu_1}{\mu_1 - \mu_2} N_{21} + a_2 - A_{10} \lambda_1^2 + 2A_{12} \lambda_1 - A_{01} \lambda_1^2 - 6A_{03} \lambda_1$$

Для того, чтобы получить выражение функции φ_2, нужно в выражении функции φ_1 заменить A_{00}, $\mu_2, a_1, a_2, \cdots, a_{11}$, соответственно на B_{00}, μ_1, b_1, $b_2, \cdots, b_{11}$.

Для определения коэффициентов $b_1, b_2, \cdots, b_{11}$ и B_{11}, B_{12}, B_{21} следует заменить: в формулах (2.4) μ_1 на μ_2, в формулах (2.5) λ_1 на λ_2 и A_{kn} на B_{kn} и в формулах (2.6) μ_1 на μ_2, λ_1 на λ_2, A_{kn} на B_{kn}.

Чтобы из всех значений a_{-kn} $(k = 0, 1, 2, \cdots, \; n = 1, 2, 3)$ выбрать те, которые удовлетворяют данным граничным условиям, нужно задать температуру на контуре отверстия коэффициентами ряда Фурье.

Рассмотрим следующие два случая температуры, заданной на контуре отверстия (1.2).

Случай 1. Пусть в формуле (1.4) коэффициенты ряда Фурье имеют такой вид:

$$a_{k0} = 0, \quad a_{-01} = -a_{-12} = -\frac{T_0 ai}{2} \tag{2.7}$$

остальные a_{-kn} равны нулю.

При таких значениях коэффициентов температура в точках треугольного контура (фиг. 1) выше оси x — отрицательная, ниже этой оси — положительная, а в точках A и C равна нулю. Эти коэффициенты получены из тех соображений, чтобы температурное поле, представленное формулами (1.4) и (2.7), снимало на контуре отверстия поле температур, заданное в сплошной бесконечной пластинке следующим законом:

$$T = T_0 y$$

Таким образом, выбранные коэффициенты ряда Фурье (1.4) позволяют применить полученные в данной работе результаты исследования для сплошного массива с цилиндрической выработкой треугольного сечения. Таким образом, можно получить решение задачи о плоской деформации, если в уравнениях обобщенного закона Гука [1] приведенные упругие постоянные a_{11}, a_{12} и a_{22} заменить на β_{11}, β_{12} и β_{22}, а приведенные температурные коэффициенты линейной деформации α_1 и α_2 заменить на β_1 и β_2, где

$$\beta_{11} = a_{11} - \frac{a_{13}}{a_{33}}, \quad \beta_{12} = a_{12} - \frac{a_{13}a_{23}}{a_{33}}, \quad \beta_{22} = a_{22} - \frac{a_{23}^2}{a_{33}}$$

$$\beta_1 = \alpha_1 - \frac{a_{13}}{a_{33}}\alpha_2, \qquad \beta_2 = \alpha_2 - \frac{a_{23}}{a_{33}}\alpha_1$$

Для рассматриваемого частного случая температуры выражения φ_1 и φ_3, представленные соответственно формулами (2.3) и (1.9), принимают следующий вид:

$$\varphi_1 = A_{00}\ln\sigma + \frac{m-\mu_1}{\mu_1-\mu_2}\frac{N_{02}}{2}\sigma^{-2} + \varepsilon\left[\frac{m-\mu_2}{\mu_1-\mu_2}\left(N_{11}\sigma^{-1} + \frac{N_{13}}{3}\sigma^{-3}\right) + \right.$$

$$\left. + a_1\sigma^{-1} + A_{00}\lambda_1\sigma\right] + \varepsilon^2\left(-a_3\sigma^{-2} - \frac{1}{2}A_{00}\lambda_1\sigma^2\right) +$$

$$+ \varepsilon^3\left(a_5\sigma^{-3} + a_8\sigma^{-1} + a_{10}\sigma + 3A_{00}\lambda_1^3\sigma^3\right) \tag{2.8}$$

$$\varphi_3 = -\frac{T_0 a i}{2}\left[\sigma^{-1} - \varepsilon\sigma^{-2} + \varepsilon^2\lambda_3^2(\sigma^{-1} + \sigma) - \varepsilon^3\lambda_3^3(\sigma^{-2} + \sigma^2)\right]$$

Заменяя σ^{-n} на $e^{-in\vartheta} = \cos n\vartheta - i\sin n\vartheta$ после разделения действительной и мнимой части в выражении функции φ_3 и производных функций φ_1 и φ_2, можно по формуле (2.1) найти σ_ϑ в любой точке данного треугольного отверстия.

Проведенные теоретические исследования показали, что в точках A и C $\sigma_\vartheta = 0$; наибольшее по абсолютной величине напряжение получается в точках D и D_1, где касательная к контуру отверстия параллельна оси X. Значение напряжения в точке D, приведенное в таблице, находится по вышеперечисленным формулам, если положить в них $\vartheta = 111°30'$.

Случай 2. Пусть в формуле (1.4) коэффициенты ряда Фурье заданы так:

$$a_{k0} = 0, \quad a_{-01} = a_{-12} = -\frac{T_0 a}{2}$$

остальные a_{-kn} равны нулю.

При таких значениях коэффициентов температура в точках треугольного контура справа от оси y отрицательная, слева от этой оси — положительная, а в точках B и B_1 составляет нуль градусов.

Рассуждая аналогично предыдущему, можно найти значение искомых аналитических функций φ_1, φ_2 и φ_3 для данного частного случая температуры, заданной на контуре отверстия.

Исследования показали, что в точках B и B_1 $\sigma_\theta = 0$. Наибольшее по абсолютной величине напряжение получается в точке A, оно выражается следующей формулой:

$$\sigma_\theta = 2T_0 ar\left\{\frac{1}{1-2\varepsilon}\left[(P_0-P_1)\frac{1}{\beta}-(h_0-h_1)\frac{1}{\delta}-\frac{1-2\varepsilon}{2}\right]+\right.$$

$$+\frac{\varepsilon}{1-2\varepsilon}\left[(P_2-P_1)\frac{1}{\beta}-(h_2-h_1)\frac{1}{\delta}-\frac{1-2\varepsilon}{2}\right]+$$

$$\left.+\frac{\varepsilon^2}{1-2\varepsilon}\left(-\frac{P_3}{\beta}+\frac{h_3}{\delta}\right)+\frac{\varepsilon^3}{1-2\varepsilon}\left[(P_4+P_5)\frac{1}{\beta}-(h_4+h_5)\frac{1}{\delta}\right]\right\} \tag{2.9}$$

где

$$P_0=\frac{1+\nu}{4}a_0, \quad P_1=\frac{(1-\nu)(\nu-\delta)}{4(\beta-\delta)}, \quad P_3=2d_2-P_0\lambda_1$$

$$P_2=\frac{1+\nu}{4}\left(\frac{\nu-\delta-d_1}{\beta-\delta}-a_0\lambda_1\right), \quad P_4=3d_3-9P_0\lambda_1^3 \tag{2.10}$$

$$P_5=d_4-d_5, \qquad a_0=\frac{(\delta^2-\nu^2)(\alpha_1\beta^2-\alpha_2)}{(\beta^2-\delta^2)(\alpha_1\nu^2-\alpha_2)}$$

$$d_1=a_0\lambda_1(\delta+\beta)-2b_0\lambda_2\delta$$

$$d_2=\frac{1+\nu}{2(\beta-\delta)}\left[a_0\lambda_1^2(\beta+\delta)-2b_0\lambda_2^2\delta\right] \tag{2.11}$$

$$d_3=\frac{3(1+\nu)}{4(\beta-\delta)}\left[a_0\lambda_1^3(\beta+\delta)-2b_0\lambda_2^3\delta\right]$$

$$d_4=\frac{1}{\beta-\delta}\left[\lambda_1^3(\beta+\delta)d_6-2\lambda_2^3\delta d_7\right]$$

$$d_5=\lambda_1^2\left[\frac{3}{4}(1+\nu)a_0\lambda_1^2+\frac{(\nu-\delta)(1-\nu)\lambda_1}{2(\beta-\delta)}-d_7\right]$$

$$d_6=\frac{(1-\nu)(\nu-\delta)}{2(\beta-\delta)}+\frac{3}{4}\lambda_1(1+\nu)a_0$$

$$d_7=\frac{1+\nu}{4(\beta-\delta)}\left[-\nu+\delta-c_1+a_0\lambda_1^2(\beta-\delta)+\lambda_1\frac{(\nu-\delta)(1-\nu)}{1+\nu}\right]$$

Чтобы получить выражения h_0, $h_{11}, \cdots, h_5$ и соответственно l_1, $l_2, \cdots, l_4$, нужно в формулах (2.10) заменить β на δ, a_0 на b_0, а в формулах (2.11) заменить $\beta+\delta$ на 2β, а 2δ на $\beta+\delta$, a_0 на b_0 и λ_1 на λ_2.

В практике часто встречаются треугольные отверстия с параметром $\varepsilon=0.25$. Для пластинки из стеклотекстолита КАСТ—В, ослабленной таким отверстием, результаты теоретического исследования в долях $\frac{\alpha_1 T_0 a}{a_{11}}$, полученные на основании формул (2.1), (2.6) и (2.9), сведены в таблицу. Результаты подсчета напряжений в четвертом приближении очень мало отличаются от результатов подсчета в третьем приближении и поэтому при оценке концентрации напряжений в представленной таблице ограничились третьим приближением.

Таблица

Напряжения σ_θ в точках контура треугольного отверстия

	Случай 1		Случай 2			
	$E_x=E_{max}$ $\beta=3.14227$ $\delta=0.42227$ $\nu=0.79057$	$E_x=E_{min}$ $\beta=0.31824$ $\delta=2.36814$ $\nu=1.26490$	$E_y=E_{max}$ $\beta=0.31824$ $\delta=2.36814$ $\nu=1.26490$		$E_y=E_{min}$ $\beta=3.14227$ $\delta=0.42227$ $\nu=0.79057$	
Точки / Приближения	Д	Д	A	C	A	C
0-е	0.47582	—	0.87968	−0.87975	0.84267	−0.84266
1-е	1.59383	1.73400	0.91142	−0.85191	1.43806	−0.43765
2-е	1.45694	1.71594	0.98977	−0.87802	1.51630	−0.47762
3-е	1.45700	1.71600	0.98979	−0.87811	1.51637	−0.47765

Приведенное в таблице нулевое приближение для напряжения вблизи треугольного отверстия совпадает с точным его значением в соответствующих точках пластинки вблизи кругового отверстия.

Анализируя проведенные исследования, приходим к следующим выводам:

1. Для всех точек круга радиуса a и точек контура треугольного отверстия, расположенных внутри этого круга, температурные напряжения достигают наибольшего значения, когда главные направления тепловой и упругой симметрии материала совпадают с направлением большего модуля Юнга.

2. Для всех точек контура треугольного отверстия, расположенных вне круга радиуса a, температурные напряжения достигают наибольшего значения, когда главные направления тепловой и упругой

симметрии материала совпадают с направлением меньшего модуля Юнга.

Саратовский политехнический
институт Поступила 30 I 1967

Ա. Ա. ՅՈՒՐԵՎԱ

ԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱՁԵՎ ԱՆՑՔՈՎ ՕՐԹՈՏՐՈՊ ՍԱԼՈՒՄ ՋԵՐՄՈՒԹՅԱՆ ԲԱՇԽՈՒՄԸ ԵՎ ՋԵՐՄԱՅԻՆ ԼԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԿՈՆՑԵՆՏՐԱՑԻԱՆ, ԵՐԲ ՍԱԼԻ ԵԶՐՈՒՄ ՏՐՎԱԾ Է ՋԵՐՄԱՍՏԻՃԱՆԸ

Ամփոփում

Աշխատանքում ուսումնասիրվում է ջերմային լարումների բաշխումը օրթոտրոպ սալի եռանկյունաձև անցքի շուրջը։

Արտածված է էլիպտական անցքին մոտ կոնտուրի կետերում ջերմային լարումների որոշման ընդհանուր բանաձև։ Որոշված են այդ բանաձևի մեջ մտնող, կոմպլեքս փոփոխականի երեք անալիտիկ ֆունկցիաները և նրանց եզրային արժեքների գործակիցները։

Դրված խնդիրը լուծված է անվերջ, ազատ սալի համար, որը պատրաստված է КАСТ-В *ապակետեքստոլիտից և թուլացված է եռանկյունաձև անցքով, որի պարամետրն է* $\varepsilon=0,25$։

Աշխատանքում բերված արդյունքները կարելի է կիրառել գլանային համալիթով հոծ զանգվածի համար։

A. A. YURYEVA

TEMPERATURE DISTRIBUTION AND CONCENTRATION OF TEMPERATURE STRESSES IN AN ORTHOTROPE PLATE WITH A TRIANGULAR HOLE ON THE CONTOUR OF WHICH THE TEMPERATURE IS GIVEN

Summary

The result of research on the distribution of temperature stresses in an orthotrope plate on the contour of a triangular hole is given in the article.

The general formula of temperature stresses in the point of the contour of the hole, approximate to an elliptic is derived.

Three analytic functions of complex alternatives which are the integriant parts of the formula are defined and the coefficients of their limiting values are obtained.

The problem set is solved for an infinite free plate made of glass-textolite KAST-V with a triangular hole with a parameter $\varepsilon=0.25$.

The results of the investigation elucidated in the article may be applied to the whole mass of material with a cylindrical bore in it.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Уздалев А. И.* Плоская задача термоупругости анизотропного тела. Инж. ж., т. 11, вып. 2, 1962.
2. *Лехницкий С. Г.* Анизотропные пластинки. Гостехиздат, 1957.