ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XX, № 5, 1967 Механика

Э. С. ОСТЕРНИК

АНИЗОТРОПНЫЕ СЛОИСТЫЕ ПЛАСТИНЫ СРЕДНЕЙ ТОЛЩИНЫ

Плиты, состоящие из анизотропных слоев, необходимы в электротехнике, химическом машиностроении и других отраслях техники. Многослойные конструкции можно классифицировать по назначению (несущие и функциональные), по устройству (плиты с заполнителем и слоистые) и происхождению (естественные и сделанные человеком). В данной работе рассмотрены слоистые плиты, где расчетные схемы всех слоев одинаковы.

Исследование основано на обобщении гипотез С. А. Амбарцумяна для однородных плит [1] и продолжает исследование [2]. Без гипотезы Кирхгофа вариационным путем выведены система уравнений и граничные условия. Рассмотрен переход от системы к разрешающему уравнению.

Изучена сфера применимости выполненных построений. Полученные на ЭЦВМ численные результаты близки к решениям в трехмерной теории упругости. Проведено экспериментальное исследование деформации нормального элемента и другие опыты, подтверждающие теорию.

1. Основным объектом рассмотрения является прямоугольная пластина симметричной структуры, состоящая из $2k+1$ ортотропных слоев постоянной толщины [2]. Плоскости упругой симметрии слоев параллельны граням пластины. Нагрузка $q(x, y)$ приложена нормально к плоскости $z = -\frac{1}{2}h$. Предполагаем, что деформации—упругие и малые; слои работают совместно, без отрыва и скольжения; формулы обобщенного закона Гука для относительных удлинений заменяются приближенными равенствами

$$\varepsilon_x^{(i)} = \frac{1}{E_1^{(i)}}\sigma_x^{(i)} - \frac{\nu_{21}^{(i)}}{E_2^{(i)}}\sigma_y^{(i)}, \qquad \varepsilon_y^{(i)} = -\frac{\nu_{12}^{(i)}}{E_1^{(i)}}\sigma_x^{(i)} + \frac{1}{E_2^{(i)}}\sigma_y^{(i)}, \quad \varepsilon_z^{(i)} = 0 \quad (1.1)$$

Задан закон изменения напряжений сдвига:

$$\begin{gathered}\tau_{xz}^{(i)} = f(x, y)\left[G_{13}^{(i)}\alpha'(z) + A_i\right] \\ \tau_{yz}^{(i)} = \varphi(x, y)\left[G_{23}^{(i)}\alpha'(z) + A_i'\right] \quad (i = 0, 1 \cdots k)\end{gathered} \quad (1.2)$$

* В основу работы положен доклад на V Всесоюзной конференции по теории пластин и оболочек.

Здесь $\alpha(z)$ — нечетная, $\alpha'(z)$ — четная функция; $\alpha(0) = \alpha'\left(\frac{h}{2}\right) = 0$. Объемными статическими силами X, Y, Z пренебрегаем.

Отсюда выводятся формулы для перемещений $u^{(i)}$, $v^{(i)}$, напряжений $\sigma_x^{(i)}$, $\sigma_y^{(i)}$, $\tau_{xy}^{(i)}$, моментов M_x, M_y, M_{xy} и перерезывающих сил Q_x, Q_y [2].

Из вариационного принципа виртуальных перемещений Лагранжа

$$\delta Э = 0 \tag{1.3}$$

выведем систему дифференциальных уравнений и граничные условия.

$$Э = U - \int_0^a\int_0^b q w dx dy; \quad U = 2\sum_{i=0,1,\dots}^{k}\int_0^a\int_0^b\int_{d_i}^{d_{i+1}}\left\{\frac{1}{2}\left[\frac{1}{E_1^{(i)}}(\sigma_x^{(i)})^2 + \frac{1}{E_2^{(i)}}(\sigma_y^{(i)})^2 + \frac{1}{G_{23}^{(i)}}(\tau_{yz}^{(i)})^2 + \frac{1}{G_{13}^{(i)}}(\tau_{xz}^{(i)})^2 + \frac{1}{G_{12}^{(i)}}(\tau_{xy}^{(i)})^2\right] - \frac{\nu_{21}^{(i)}}{E_2^{(i)}}\sigma_x^{(i)}\sigma_y^{(i)}\right\} dx dy dz \tag{1.4}$$

Подставляя в (1.4) формулы для напряжений, получим следующую структуру функционала:

$$Э = \int_0^a\int_0^b\int_{-h/2}^{h/2} R\,(x, y, z, P_x, P_y, P_z, \Phi_x, \Phi_y, \Phi_z, w, w_{xx}, w_{xy}, w_{yy})\, dx dy dz \tag{1.5}$$

Здесь

$$P(x, y, z) = f(x, y)\, F(z), \quad \Phi(x, y, z) = \varphi(x, y) F'(z) \tag{1.6}$$

Обобщая формулы вариационного исчисления, рассмотрим тройной интеграл от r функций $\theta^{(1)}(x, y, z), \cdots, \theta^{(r)}(x, y, z)$ и производных первого и второго порядков:

$$I = \iiint_V R\,[x, y, z, \theta^{(1)}, \theta_x^{(1)}, \dots, \theta_{yy}^{(1)}, \dots, \theta^{(m)}, \theta_x^{(m)}, \dots, \theta_{yy}^{(m)}, \dots, \theta^{(r)}, \theta_x^{(r)}, \dots, \theta_{yy}^{(r)}]\, dV \tag{1.7}$$

Первая вариация δI записывается формулой

$$\delta I = \iiint_V \sum_{m=1}^{r}\left[R_{\theta^{(m)}} - \frac{\partial}{\partial x}R_{\theta_x^{(m)}} - \frac{\partial}{\partial y}R_{\theta_y^{(m)}} - \frac{\partial}{\partial z}R_{\theta_z^{(m)}} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}R_{\theta_{xx}^{(m)}} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}R_{\theta_{xy}^{(m)}} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}R_{\theta_{yy}^{(m)}}\right]\delta\theta^{(m)} dV +$$

$$+\iint\limits_S \sum_{m=1}^{r} \Big\{ \Big[R_{\theta_x^{(m)}} \cos(\nu, x) + R_{\theta_y^{(m)}} \cos(\nu, y) + R_{\theta_z^{(m)}} \cos(\nu, z) -$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} R_{\theta_{xx}^{(m)}} \cos(\nu, x) - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x} R_{\theta_{xy}^{(m)}} \cos(\nu, y) - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial y} R_{\theta_{xy}^{(m)}} \cos(\nu, x) -$$

$$-\frac{\partial}{\partial y} R_{\theta_{yy}^{(m)}} \cos(\nu, y) \Big] \delta\theta^{(m)} + \Big[R_{\theta_{xx}^{(m)}} \cos(\nu, x) + \frac{1}{2} R_{\theta_{xy}^{(m)}} \cos(\nu, y) \Big] \times$$

$$\times \delta \Big[\frac{\partial \theta^{(m)}}{\partial x} \Big] + \Big[\frac{1}{2} R_{\theta_{xy}^{(m)}} \cos(\nu, x) + R_{\theta_{yy}^{(m)}} \cos(\nu, y) \Big] \delta \Big[\frac{\partial \theta^{(m)}}{\partial y} \Big] \Big\} dS \qquad (1.8)$$

Здесь S — поверхность объема V, ν — внешняя нормаль к ней. На базе формул (1.3) — (1.8) получаем:

1) систему уравнений статики

$$Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y}, \quad Q_y = \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y}, \quad \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = -q \qquad (1.9)$$

или [2]

$$\rho_{11} f = \rho_1 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \rho_8 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + (\rho_2 + \rho_9) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} - \rho_3 \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - (\rho_4 + \rho_{10}) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \qquad \text{(I)}$$

$$\rho_{12}\varphi = (\rho_5 + \rho_8) \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \rho_9 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \rho_6 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - (\rho_4 + \rho_{10}) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} - \rho_7 \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \qquad \text{(II)}$$

$$\rho_{11} \frac{\partial f}{\partial x} + \rho_{12} \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{1}{2} q \qquad \text{(III)} \qquad (1.10)$$

Константы $\rho_1 \div \rho_{12}$, K_1, K_2 определяются параметрами пластины и выбором $\varphi(z)$ [2];

2) геометрические граничные условия на контуре пластины

$$w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial \nu} - K_\nu p_\nu = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial s} - K_s p_s = 0 \qquad (1.11)$$

Здесь для общности обозначено:

$$p_x(x, y) = f(x, y), \; p_y = \varphi, \; K_x = K_1$$
$$u_x(x, y, z) = u(x, y, z), \; u_y = v, \; K_y = K_2 \qquad (1.12)$$

s — касательная к контуру пластины;

3) статические граничные условия

$$Q_\nu = 0, \; M_\nu = 0, \; M_{\nu s} = 0 \qquad (1.13)$$

Отсюда получаем различные способы закрепления контура, например:

1) $Q_\nu = 0$, $M_\nu = 0$, $M_{\nu s} = 0$ — свободный контур;

2) $w = 0$, $\dfrac{\partial w}{\partial \nu} - K_\nu p_\nu = 0$, $\dfrac{\partial w}{\partial s} - K_s p_s = 0$ — жестко защемленный контур;

3) $w=0,\ \dfrac{\partial w}{\partial\nu}-K_\nu p_\nu=0,\ M_{\nu s}=0$ — свободно защемленный контур;

4) $w=0,\ M_\nu=0,\ \dfrac{\partial w}{\partial s}-K_s p_s=0$ — шарнирно-закрепленный контур;

5) $w=0,\ M_\nu=0,\ M_{\nu s}=0$ — свободно опертый контур.

Сравнивая (1.10) — (1.13) с литературными данными, заметим следующее. В частном случае однородной ортотропной пластины из системы (1.10) следует система уравнений (4.13) – (4.15) в [1]. Полное соответствие структур этих систем указывает на приводимость симметрично собранной ортотропной слоистой пластины к соответствующей однородной ортотропной пластине с эффективными коэффициентами. В классической теории слоистых пластин это положение установлено Лехницким С. Г. [3].

Граничные условия (1.11) близки к [1,4]. Условия (1.13) — это, как известно, условия Пуассона. Число граничных условий соответствует порядку системы (1.10) и (2.4)

2. Введем для (1.10) функцию перемещений $\Omega(x,y)$

$$f=\Big[\rho_3\rho_9\frac{\partial^5}{\partial x^5}+(\rho_3\rho_6-\rho_2\rho_4-\rho_2\rho_{10})\frac{\partial^5}{\partial x^3\partial y^2}+$$

$$+(\rho_4\rho_6+\rho_6\rho_{10}-\rho_2\rho_7-\rho_7\rho_9)\frac{\partial^5}{\partial x\partial y^4}-\rho_3\rho_{12}\frac{\partial^3}{\partial x^3}-(\rho_4\rho_{12}+\rho_{10}\rho_{12})\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\Big]\Omega \quad (2.1)$$

$$\varphi=\Big[(\rho_1\rho_4+\rho_1\rho_{10}-\rho_3\rho_5-\rho_3\rho_8)\frac{\partial^5}{\partial x^4\partial y}+(\rho_1\rho_7-\rho_4\rho_5-\rho_5\rho_{10})\frac{\partial^5}{\partial x^2\partial y^3}-$$

$$-(\rho_4\rho_{11}+\rho_{10}\rho_{11})\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\rho_7\rho_8\frac{\partial^5}{\partial y^5}-\rho_7\rho_{11}\frac{\partial^3}{\partial y^3}\Big]\Omega \quad (2.2)$$

$$w=\Big\{\Big[\rho_1\rho_9\frac{\partial^4}{\partial x^4}+(\rho_1\rho_6-\rho_2\rho_5-\rho_5\rho_9-\rho_2\rho_8)\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial y^2}+\rho_6\rho_8\frac{\partial^4}{\partial y^4}\Big]-$$

$$-\Big[(\rho_1\rho_{12}+\rho_9\rho_{11})\frac{\partial^2}{\partial x^2}+(\rho_6\rho_{12}+\rho_8\rho_{11})\frac{\partial^2}{\partial y^2}-\rho_{11}\rho_{12}\Big]\Big\}\Omega \quad (2.3)$$

Тогда уравнения (I) и (II) системы (1.10) удовлетворяются тождественно, а уравнение (III) преобразуется к виду

$$\Big[\Big(H_{60}\frac{\partial^6}{\partial x^6}+H_{42}\frac{\partial^6}{\partial x^4\partial y^2}+H_{24}\frac{\partial^6}{\partial x^2\partial y^4}+H_{06}\frac{\partial^6}{\partial y^6}\Big)-$$

$$-\Big(H_{40}\frac{\partial^4}{\partial x^4}+H_{22}\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial y^2}+H_{04}\frac{\partial^4}{\partial y^4}\Big)\Big]\Omega=-\frac{1}{2}q(x,y) \quad (2.4)$$

Из этого уравнения шестого порядка следует разрешающее уравнение для однородной пластины [1].

3. Теория круглых слоистых плит построена в тех же предположениях, что и теория прямоугольных. Система уравнений изгиба симметрично собранного пакета из ортотропных слоев с цилиндрической анизотропией имеет вид

$$\sigma_{11}\frac{f}{r}+\sigma_{11}\frac{\partial f}{\partial r}+\sigma_{12}\frac{\partial\varphi}{r\partial\theta}=-\frac{1}{2}q$$

$$\left(\sigma_{11}+\sigma_{13}\frac{1}{r^2}\right)f=\sigma_1\frac{\partial f}{r\partial r}+\sigma_1\frac{\partial^2 f}{\partial r^2}+\sigma_5\frac{\partial^2 f}{r^2\partial\theta^2}+(\sigma_2+\sigma_8)\frac{\partial^2\varphi}{r\partial r\partial\theta}-$$
$$-(\sigma_6+\sigma_8)\frac{\partial\varphi}{r^2\partial\theta}+\sigma_7\frac{\partial w}{r^2\partial r}-\sigma_3\frac{\partial^2 w}{r\partial r^2}-\sigma_3\frac{\partial^3 w}{\partial r^3}-$$
$$-(\sigma_4-\sigma_{10})\frac{\partial^3 w}{r^2\partial r\partial\theta^2}+(\sigma_4+\sigma_7+\sigma_{10})\frac{\partial^2 w}{r^3\partial\theta^2} \tag{3.1}$$

$$\left(\sigma_{12}+\sigma_6\frac{1}{r^2}\right)\varphi=(\sigma_5+\sigma_8)\frac{\partial^2 f}{r\partial r\partial\theta}+(\sigma_8+\sigma_{11})\frac{\partial f}{r^2\partial\theta}+$$
$$+\sigma_9\frac{\partial\varphi}{r\partial r}+\sigma_9\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}+\sigma_6\frac{\partial^2\varphi}{r^2\partial\theta^2}-\sigma_7\frac{\partial^2 w}{r^2\partial r\partial\theta}-$$
$$-(\sigma_4+\sigma_{10})\frac{\partial^3 w}{r\partial r^2\partial\theta}-\sigma_7\frac{\partial^3 w}{r^3\partial\theta^3}$$

Краевые условия формулируются в виде (1.11) — (1.13). Для однослойной ортотропной плиты система (3.1) совпадает с (1.2) в статье [5]. Значит, и круглая слоистая плита приводится к эквивалентной однородной.

4. Методом Навье решен ряд задач изгиба прямоугольных шарнирно закрепленных плит. Разлагая нагрузку в ряд

$$q(x,\,y)=\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty}c_{kl}\sin\frac{k\pi x}{a}\sin\frac{l\pi y}{b} \tag{4.1}$$

получим решение уравнения (2.4) в виде

$$\Omega=\frac{1}{2}\sum_{k=1,2\cdots}^{\infty}\;\sum_{l=1,2\cdots}^{\infty}\frac{c_{kl}}{\Pi_{kl}}\sin\frac{k\pi x}{a}\sin\frac{l\pi y}{b} \tag{4.2}$$

Здесь $\Pi_{kl}=\Pi_{kl}(H_{mn})$.

Рассматриваются квадратные шарнирно закрепленные пластины, нагруженные по закону

$$q=q_{kl}\sin\frac{\pi x}{a}\sin\frac{\pi y}{a}$$

Пусть слои ортотропны. Ищем решение (1.10) в виде

$$w(x,\ y) = w_m \sin\frac{\pi x}{a} \sin\frac{\pi y}{a}$$

$$f(x,\ y) = f_m \cos\frac{\pi x}{a} \sin\frac{\pi y}{a} \tag{4.3}$$

$$\varphi(x,\ y) = \varphi_m \sin\frac{\pi x}{a} \cos\frac{\pi y}{a}$$

Очевидно, что граничные условия шарнирного закрепления удовлетворяются тождественно.

Подставляя w, f, φ по формуле (4.3) в дифференциальные уравнения системы (1.10), придем к системе трех линейных уравнений

$$\begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 0 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} f_m \\ \varphi_m \\ w_m \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \\ -q_m \end{Vmatrix} \tag{4.4}$$

Подставляя решение системы (4.4) в (4.3), получим искомые функции. Решение разрешающего уравнения (2.4) рассматриваемой задачи точно соответствует (4.4).

Особо тщательно рассмотрена трехслойная изотропная квадратная пластина, для которой Мелконяном А. П. получено решение в трехмерной теории упругости. Принято $E_1 = E_0 n$, $E_0 = h = 1$, $\nu_0 = \nu_1 = \nu = \frac{1}{4}$, $d_1 = \frac{h}{6}$. На ЭЦВМ „Минск – 2" с участием Алхименковой О. М. составлена стандартная программа и выполнен расчет 170 плит с $n = 1.10^{-4} \div 1.10^{4}$ и $a = 3 \div 1.10^{4}$. Машинное время на 1 плиту — 30 *сек*. Во внутреннем оперативном накопителе занято 2000 ячеек из 4097, включая стандартные подпрограммы. Введен условный переход по переполнению изменением q_m в 10^{-n} раз.

В результате определены поля перемещений и напряжений во всех точках каждой пластины. Расчет выполнен в рассматриваемой теории при

$$\alpha_2(z) = \frac{h^2}{4} - z^2 \tag{4.5}$$

$$\alpha_4'(z) = \frac{h^4}{16} - z^4 \tag{4.6}$$

а также в технической теории пластин. Индексами $k = 0;\ 2;\ 4;\ M$ ниже обозначаются функции f_k, найденные в технической теории, по (4.5), (4.6) и по [6] соответственно. Подсчитаны амплитуды f_k и значения $\eta_k = \frac{f_k}{f_0}$, т. е. поправки к технической теории пластин для максимальных значений f_k по плите. Предлагаемая теория дает значение w, отличающееся от точного решения не более, чем на 3.1% по (4.5) и на 3.8% по (4.6), даже для пластины средней толщины $\left(\frac{h}{a}=\frac{1}{5}\right)$. Для σ_x расхождения соответственно не более 8.6% и 9.1%. Расчет 170 плит демонстрирует, что для малых n и больших a оптимальна техническая теория. Эффект сдвига значителен для толстого пакета с податливым внутренним слоем.

Аналогичные оценки сделаны для u, τ_{xy}, τ_{xz}, σ_z. Все эти данные демонстрируют хорошее совпадение предлагаемой теории с [6] и преимущество закона (4.5) над (4.6). При этом расчет по (4.5) проще. Следовательно, в области ($n=0.1\div 10$; $a=5\div 10$) оптимальна предложенная теория с параболическим законом $\alpha'(z)$.

Далее рассматривались прямоугольные плиты под равномерной нагрузкой $q=q_0$. При этом из (4.2) следует

$$\Omega=\frac{8q_0}{\pi^2}\sum_{k=1,3,5\ldots}^{\infty}\;\sum_{l=1,3,5\ldots}^{\infty}\frac{1}{kl\Pi_{kl}}\sin\frac{k\pi x}{a}\sin\frac{l\pi y}{b} \tag{4.7}$$

Численный расчет выполнен для 7-слойной квадратной плиты регулярной структуры из ортотропных перемежающихся жестких (h) и мягких (s) слоев равной толщины. При

$$E_1^{(s)}=1,\quad E_2^{(s)}=0.04,\quad E_1^{(h)}=0.4,\qquad E_2^{(h)}=10$$

$$G_{23}^{(s)}=0.1,\quad G_{13}^{(s)}=0.2,\quad G_{12}^{(s)}=0.05,\ G_{23}^{(h)}=2,\ G_{13}^{(h)}=1,\quad G_{12}^{(h)}=0.5$$

$$\nu_{21}^{(s)}=\nu_{12}^{(h)}=0.01;\qquad \nu_{12}^{(s)}=\nu_{21}^{(h)}=0.25$$

и $\frac{h}{a}=0.1$ поправка к техническому решению для прогибов составляет

$$\eta_w=1.298$$

Скорость сходимости рядов для w в предлагаемой и технической теориях одинакова, так что значения w и η стабилизируются для w_{55}.

5. Продолжена экспериментальная проверка теории на трехслойной балке (сталь + оргстекло + сталь). Различными методами получены совпадающие значения упругих констант слоев. Основной задачей данного этапа было прецизионное экспериментальное исследование деформации нормального элемента. С этой целью на боковой поверхности балки зафиксированы 3 нормали: при $x=\frac{1}{4}a,\ \frac{1}{2}a,\ \frac{3}{4}a$. На каждой нормали во всех трех слоях фиксировались контрольные точки. Нормали и точки на них идентифицировались по проволочкам и их пересечениям (проволока 5 *мк*, приклеенная клеем холодного отверждения). Измерения перемещений в 2-х направлениях велись с помощью микроскопа с окулярным микрометром, наклоненным для удобства

отсчетов на 45° к горизонтали. Осуществлялась подсветка точек. Это обеспечило точность измерений около 0.5 *мк*.

В результате с погрешностью не более 5% подтвержден закон распределения $u(z)$ согласно закону (4.5). Граничный нормальный элемент деформируется в соответствии с краевыми условиями типа (1.11).

Проведена тензометрия торца балки, свободного от давления, и боковой поверхности. Применялись розетки датчиков с базой 3 *мм*. Результаты тензометрии подтвердили теорию, в том числе закон (4.5) с погрешностью до 10%. Собственные колебания балок исследованы экспериментально по методике [7] и хорошо подтверждают теорию в оптимальном варианте.

Наряду с данными опытами проведены исследования сердечников статоров мощных электрогенераторов. Сердечник состоит из 3-х слоев, характеризующихся различными модулями упругости и коэффициентами Пуассона. Каждый слой (рама, активная сталь, стержневая обмотка) ортотропен или конструктивно ортотропен. Слои работают совместно без отрыва и скольжения. Результаты подробно излагаются в статье [8].

Автор считает своим приятным долгом выразить благодарность проф. Амбарцумяну С. А. за обсуждение работы и постановку ряда задач, а также проф. Лехницкому С. Г. за интерес, проявленный к работе.

Научно-исследовательский институт
тяжелого электромашиностроения

Поступила 20 II 1967

Է. Ս. ՕՍՏԵՐՆԻԿ

ՄԻՋԻՆ ՀԱՍՏՈՒԹՅԱՆ ՇԵՐՏԱՎՈՐ ԱՆԻԶՈՏՐՈՊ ՍԱԼԵՐԸ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Դիտարկված են կենտ թվով անիզոտրոպ շերտերից սիմետրիկ հավաքված ուղղանկյուն և կլոր սալեր: Վարիացիոն եղանակով, առանց Կիրխհոֆի հիպոթեզի, ստացված են դիտարկվող սալերի հավասարակշռության հավասարումները և համապատասխան եզրային պայմանները:

Լուծված են մի շարք կոնկրետ խնդիրներ: Հետազոտված են ստացված արդյունքների կիրառելիության սահմանները: Ստացված արդյունքները բավականին մոտ են եռաչափ տեսությամբ ստացված համապատասխան արդյունքներին:

Կատարված են նաև փորձնական հետազոտություններ, որոնք հաստատում են առաջարկված տեսությամբ ստացված արդյունքները:

E. S. OSTERNIK

ANISOTROPIC LAMINATED PLATES OF MEAN THICKNESS

S u m m a r y

The author considers rectangular and circular plates consisting of an odd number symmetrically assembled anisotropic layers. A set of equations and boundary conditions are derived by the variational method without Kirchhoff hypotheses. Transition from the set of equations to the design equation is considered.

The sphere of applicability of the constructions is studied. A number of problems of bending are solved. Numerical results are close to solutions in the three-dimensional theory of elasticity. Precise experimental investigation of deformation of normal element and other experiments which confirm the theory were carried out.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Амбарцумян С. А.* Теория анизотропных оболочек. Физматгиз, 1961.
2. *Остерник Э. С., Барг Я. А.* Инженерный метод расчета многослойных анизотропных пластин. Теория оболочек и пластин. Труды IV Всесоюзной конференции. Изд. АН АрмССР, 1964.
3. *Лехницкий С. Г.* Анизотропные пластинки, ГИТТЛ, 1957.
4. *Власов Б. Ф.* Об уравнениях теории изгиба пластинок. Изв. АН СССР, ОТН, № 12, 1957.
5. *Хачатрян А. А.* Об устойчивости и колебаниях трансверсально-изотропных пластинок. Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, № 1, 1960.
6. *Мелконян А. П.* Изгиб трехслойной толстой плиты. Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, № 5, 1962.
7. *Остерник Э. С., Айзенберг М. В.* Ускоренный метод обработки осциллограмм при определении критических скоростей роторов турбоагрегатов. Виброметрия, сб. 2, М., 1965.
8. *Гаврилов А. Г., Остерник Э. С.* Надежность виброизоляции слоистых оболочек статоров турбогенераторов мощностью 200 *мвт*. Электротехническая промышленность, № 270, 1966.