ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XX, № 4, 1967 Механика

Р. Н. ОВАКИМЯН

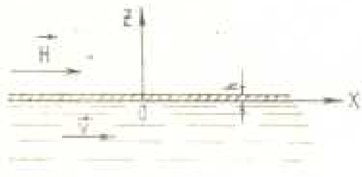
О ФЛАТТЕРЕ ПЛАСТИНКИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Как известно, в ускорительной технике и МГД-устройствах для получения сильных магнитных полей широко применяются сильноточные установки, работа которых сопровождается значительным повышением температуры различных элементов конструкций. Наиболее распространенным способом снятия возникающих тепловых нагрузок является обтекание нагретых поверхностей потоком низкотемпературной жидкости. Поэтому исследование влияния магнитного поля на устойчивость проводящих поверхностей, обтекаемых жидкостью, представляет определенный практический интерес.

В работах [1], [2] исследован флаттер пластинки в потоке проводящего газа в присутствии магнитного поля. В статье [3], пренебрегая индуцированным электрическим полем, рассмотрена устойчивость проводящей оболочки, частным случаем которой является пластинка. В статье [4] исследованы собственные колебания цилиндрической оболочки в осевом магнитном поле.

В данной работе исследован флаттер пластинки, изготовленной из идеально проводящего материала, с учетом индуцируемого электрического поля.

Пусть бесконечная пластинка толщины h с модулем упругости E и коэффициентом Пуассона ν помещена в постоянное магнитное поле $\vec{H}$. Предположим, что пластинка покрывает свободную поверхность бесконечно глубокой несжимаемой жидкости плотности ρ_0, движущейся по направлению магнитного поля с постоянной скоростью v. Жидкость считается невязкой и непроводящей. Выберем за координатную плоскость $z=0$ поверхность раздела пластинки и жидкости, направив ось x вдоль v (фиг. 1). Определим устойчивость первоначального положения пластинки к бесконечно малым возмущениям поверхности раздела. Рассматривается плоский случай. Возмущение ζ представим в виде бегущей волны [5]



Фиг. 1.

$$\zeta = \zeta_0 \exp i(kx - \omega t) \tag{1}$$

где k — волновое число, ω — круговая частота, ζ_0 — амплитуда колебаний.

Уравнение колебаний пластинки под действием приложенных сил будет

$$\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}\frac{\partial^4\zeta}{\partial x^4}+\rho h\frac{\partial^2\zeta}{\partial t^2}=p+f_э h\Big|_{z=0} \tag{2}$$

где ρ — плотность пластинки, p — давление возмущения жидкости, $f_э$ — сила электромагнитного характера. Силы тяжести не учитываются.

Давление во всем объеме жидкости определяется из соотношения [5]

$$p=-\rho_0\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}+v\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) \tag{3}$$

где $\varphi(x, z, t)$ — потенциал скорости возмущения жидкости, удовлетворяющий уравнению

$$\Delta\varphi=0 \tag{4}$$

где $\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа. Учитывая выражение (1), решение уравнения (4) можно представить в виде затухающей в глубь жидкости поверхностной волны

$$\varphi=\varphi_0\exp[kz+i(kx-\omega t)] \tag{5}$$

где φ_0 — произвольная постоянная. Уравнение (4) решается при граничном условии

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t}=\frac{\partial\varphi}{\partial z}-v\frac{\partial\zeta}{\partial x}\Big|_{z=0} \tag{6}$$

выражающем равенство на поверхности раздела нормальных составляющих скоростей пластинки и жидкости. Тогда из (1), (4)—(6) находим

$$\varphi_0=\frac{i(kv-\omega)}{k}\zeta_0 \tag{7}$$

Учитывая (7), из соотношения (3) найдем выражение давления возмущения жидкости на поверхности пластинки

$$p=\frac{\rho_0}{k}(kv-\omega)^2\zeta\Big|_{z=0} \tag{8}$$

Определим выражение силы $\vec{f}_э$.

Из уравнений Максвелла, пренебрегая током смещения по сравнению с током проводимости $\vec{j}$ [6], получим в системе СИ следующее соотношение:

$$\Delta\vec{E}^*=\mu\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\sigma(\vec{E}^*+[\vec{u},\vec{B}]) \tag{9}$$

где $\vec{E}^*$ — индуцируемое электрическое поле, σ — проводимость пластинки, μ_0 — магнитная проницаемость вакуума, μ — относительная магнитная проницаемость. В дальнейшем примем $\mu = 1$. По закону Ома для движущихся проводников

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E}^* + [\vec{u}, \vec{B}]) \tag{10}$$

В рассматриваемом случае скорость проводника $\vec{u}$ направлена вдоль оси z и по величине равна $\frac{\partial \zeta}{\partial t}$. Тогда в векторном произведении $[\vec{u}, \vec{B}]$ можно пренебречь индуцированным магнитным полем и считать магнитную индукцию $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ постоянной величиной, направленной вдоль оси x; вектор $[\vec{u}, \vec{B}]$ будет направлен по оси y.

Индуцируемое электрическое поле вследствие малой толщины пластинки считаем независимым от z и ищем в виде

$$\vec{E}^* = \vec{a} \exp i(kx - \omega t) \tag{11}$$

где $\vec{a}$ — произвольный постоянный вектор. При совместном решении уравнений (9) и (10) с учетом (11) находим, что составляющие вектора $\vec{a}$ вдоль осей x, z равны нулю, а вдоль оси y

$$a = \frac{\mu_0 \sigma B \omega^2}{k^2 - i\mu_0 \sigma \omega} \zeta_0 \tag{12}$$

Так как проводимость материала пластинки полагается бесконечно большой, то выражение для плотности тока по (10) с учетом (11), (12) будет

$$j = \frac{k^2 B}{\mu_0} \zeta \tag{13}$$

На основании (13) сила $\vec{f}_э = [\vec{j}, \vec{B}]$ направлена по оси z и по величине равна

$$f_э = -\frac{k^2 B^2}{\mu_0} \zeta \tag{14}$$

После подстановки выражений (8) и (14) в уравнение (2) получается следующее уравнение относительно ω

$$\left(\rho h + \frac{\rho_0}{k}\right)\omega^2 - 2\rho_0 v \omega - k\left(Dk^3 + \frac{kB^2 h}{\mu_0} - \rho_0 v^2\right) = 0 \tag{15}$$

где $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ — жесткость пластинки.

Из последнего уравнения находится связь между частотой колебаний и волновым вектором

$$\omega = \frac{\rho_0 v \pm \sqrt{k\left[(\rho h k + \rho_0)\left(Dk^2 + \frac{B^2 h}{\mu_0}\right) - \rho\rho_0 h v^2\right]}}{\rho h + \frac{\rho_0}{k}} \tag{16}$$

Условием устойчивости пластинки является то, что выражение под радикалом в (16) положительно

$$v^2 \leqslant \left(\frac{k}{\rho_0} + \frac{1}{\rho h}\right)\left(Dk^2 + \frac{B^2 h}{\mu_0}\right) \tag{17}$$

Знак равенства соответствует критической скорости жидкости, при которой наступает флаттер пластинки. Из выражения (17) следует, что магнитное поле увеличивает устойчивость пластинки.

Институт математики и механики
АН АрмССР

Поступила 22 XI 1966

Ռ. Ն. ՀՈՎԱԿԻՄՅԱՆ

ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ ՍԱԼԻ ՖԼԱՏԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Դիտարկվում է անվերջ մեծ հաղորդականություն ունեցող բարակ սալի կայունությունը, որը տեղադրված է հաստատուն մագնիսական դաշտում և ծածկում է անվերջ խոր անսեղմելի հեղուկի մակերևույթը: Ենթադրվում է, որ հեղուկը իդեալական է և ոչ հաղորդիչ և շարժվում է հաստատուն արագությամբ: Խնդիրը լուծվում է գծային մոտավորությամբ, ինդուկցված էլեկտրական դաշտի հաշվառմամբ:

R. N. OVAKIMIAN

ON THE FLATTER OF PLATE IN THE MAGNETIC FIELD

Summary

The flatter of absolute conducting plate in a constant magnetic field is considered.

It is supposed that the plate covers the surface of incompressible non-viscous and non-conducting fluid flowing with constant velocity.

The problem is solved in linear approach taking in account the induced electric field.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kaliski S., Solarz Z.* Aero-magneto-flutter of a plate flown past by a perfectly conducting gas in a magnetic field with isotropic action. Proc. Vibr. Probl., vol. 3, № 3, 1962.
2. *Лисунов А. Д.* Флаттер панели в потоке сжимаемой проводящей жидкости в присутствии магнитного поля. ПМТФ, № 4, 1960.
3. *Киселев М. И.* О магнитоупругом флаттере. Магнитная гидродинамика, I, 1966.
4. *Гонткевич В. С.* Собственные магнитоупругие колебания круговой цилиндрической оболочки. Труды VI Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластинок, 1966.
5. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. ГИТТЛ, М., 1954.
6. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред. ГИТТЛ, М., 1957.