

Т. Т. АРАКЕЛЯН

О ПРОЧНОСТИ И ПЛАСТИЧНОСТИ ТЕКСТОЛИТА

Текстолит является одним из распространенных анизотропных пластических материалов. Экспериментальному изучению прочности текстолита в сложно-напряженном состоянии посвящены работы [1, 2]. Однако пластичность текстолита недостаточно изучена.

В настоящей работе приведены некоторые результаты лабораторных исследований прочности и пластичности текстолита на бязевой основе (ТУ МХП—М 613—55, партии 118, 122, выпуска Ленинградского завода слоистых пластиков, 25.XI, 1963 г.). При этом нити основы расположены в кольцевом направлении.

Обычными способами из опыта найдены следующие характеристики:

Вид характеристики	Обозначение	Численное значение в кг/см ²
Пределы прочности при сжатии		
Перпендикулярно слоям	$\sigma_{сr}$	2905
Параллельно слоям	$\sigma_{сz}$	1685
В тангенциальном направлении	$\sigma_{с\theta}$	1453
Пределы прочности при растяжении		
Перпендикулярно слоям	σ_{pr}	112
Параллельно слоям	σ_{pz}	607
В тангенциальном направлении	$\sigma_{p\theta}$	403
Модуль упругости вдоль оси анизотропии	E_z	62000
Модуль упругости по тангенциальному направлению	E_θ	77000
Коэф. Пуассона вдоль оси анизотропии	$\nu_z = 0.296$	
Коэф. Пуассона по тангенциальному направлению	$\nu_\theta = 0.236$	

Окончательные форма и размеры испытуемых образцов получались после механической обработки текстолитовых труб по наружному диаметру (фиг. 1).

Исследуемый образец рассматривался как ортотропное тело с цилиндрической анизотропией.

Образцы доводились до разрушения при простом нагружении, т. е. сохранялись ориентации осей тензора напряжений, для различ-

ных значений отношения продольного и тангенциального напряжений

$$\left(k = \frac{\sigma_z}{\sigma_\theta}\right).$$

Указанные напряжения в образцах создавались на универсальной машине типа ЦДМУ—30 т. При этом были пристроены более точные силоизмерители для растягивающей силы и крутящего момента. Для измерения деформации не применялись проволочные датчики, ибо пластические деформации испытуемых образцов превышали 2% .



Фиг. 1.

Радиальные деформации измерялись специальным устройством небольшого веса, состоящим из двух микроиндикаторов производства Ленинградского инструментального завода (фиг. 2). Измерения вдоль оси анизотропии также проводились двумя микроиндикаторами. При установлении предела прочности сжатия σ_{cz} во избежание потери продольной устойчивости образца применялись более короткие и толстостенные образцы.

Характерно отметить, что с самого начала нагружения образцов текстолита при одноосном и двухосном напряжении упругие деформации сопровождаются незначительными пластическими деформациями. Так, если при одноосном растяжении, соответствующем пределу упругости, деформация упругости составляет $\varepsilon_{уп} = 0.37\%$, то с самого начала нагружения появляется пластическая деформация $\varepsilon_{пл} = 0.02\%$.

На фиг. 3 приведены кривые напряжение—деформация для образцов, испытанных при различных значениях k . За результаты экспериментальных исследований, при незначительном исключении, было принято среднее арифметическое результатов трех и более опытов.

Из фиг. 3 следует, что исследуемый трубчатый текстолит является сильно анизотропным материалом с различными прочностными и деформативными параметрами. При этом по мере повышения напряжений текстолит заметно упрочняется.

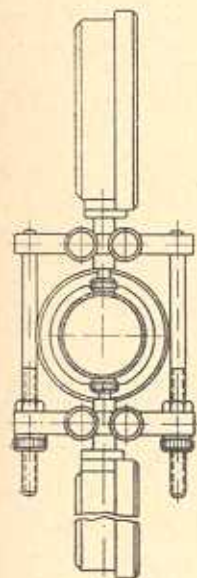
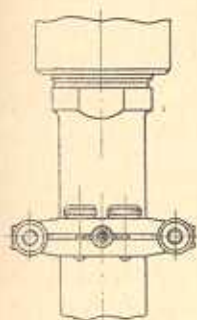
На фиг. 4 представлены зависимости нормальных модулей упругости E_z и E_θ от k .

Из фиг. 4 видно, что величины E_z и E_θ существенно зависят от отношения $\frac{\sigma_z}{\sigma_\theta}$.

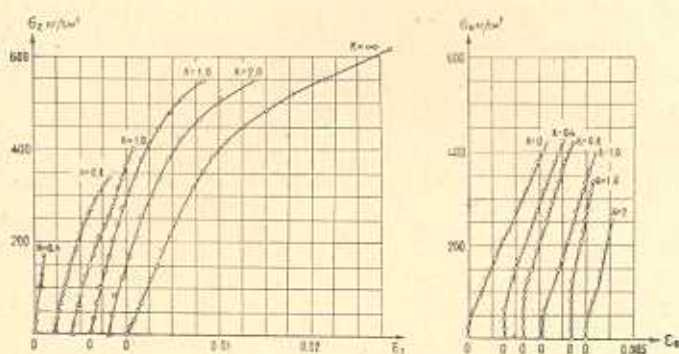
Таким образом, степень анизотропии материала с начальной анизотропией заметно зависит также от напряженного состояния образца.

При этом, E_0 получает минимальное значение при $k = 0.666$, а E_z — при $k = \infty$.

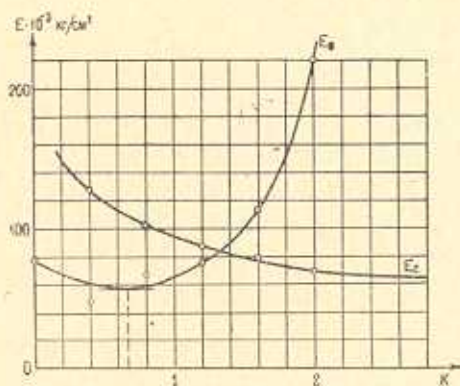
Для исследования прочностных свойств все испытываемые образцы доводились до разрушения. Установление области равнопрочных напряженных состояний производилось при помощи существующих теорий прочности анизотропных материалов [1, 3, 4] применительно к плоскому напряженному состоянию. Этим самым становится возможным предсказать поведение материала в общем случае сложных напряженных состояний.



Фиг. 2.



Фиг. 3.



Фиг. 4.

Таким образом, для рассматриваемого случая, согласно [1, 5], будем иметь следующие критерии прочности:

$$\sigma_z^2 + \frac{\sigma_{pz} \sigma_{cz}}{\sigma_{pb} \sigma_{cb}} \sigma_0^2 + \left[1 + \frac{\sigma_{pz} \sigma_{cz}}{\sigma_{pb} \sigma_{cb}} + \frac{\sigma_{cz} - \sigma_{pz}}{\tau_{c45}} - \frac{\sigma_{pz} \sigma_{cz} (\sigma_{cb} - \sigma_{pb})}{\sigma_{pb} \sigma_{cb} \tau_{c45}} \right. \\ \left. - \frac{\sigma_{pz} \sigma_{cz}}{\tau_{c45}^2} \right] \sigma_z \sigma_0 + (\sigma_{cz} - \sigma_{pz}) \sigma_z + \frac{\sigma_{pz} \sigma_{cz}}{\sigma_{pb} \sigma_{cb}} (\sigma_{cb} - \sigma_{pb}) \sigma_0 - \sigma_{pz} \sigma_{cz} = 0, \quad (1) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{pz}} - \frac{1}{\sigma_{cz}} \right) \sigma_z + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{pb}} - \frac{1}{\sigma_{cb}} \right) \sigma_0 +$$

$$\begin{aligned}
 & + \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\sigma_{pz}} + \frac{1}{\sigma_{cz}} \right)^2 \sigma_z^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\sigma_{pb}} + \frac{1}{\sigma_{cb}} \right)^2 \sigma_0^2 + \right. \\
 & + \left. \frac{1}{4} \left[\left(\frac{1}{\sigma_{pz}} + \frac{1}{\sigma_{cz}} \right)^2 + \left(\frac{1}{\sigma_{pb}} + \frac{1}{\sigma_{cb}} \right)^2 - \left(\frac{1}{\tau_{e45+}} + \frac{1}{\tau_{e45-}} \right)^2 \right] \sigma_z \sigma_0 \right\}^{\frac{1}{2}} - 1 = 0, \\
 & \frac{1}{\sigma_{pz}} - \frac{1}{\sigma_{pb}} - \frac{1}{\sigma_{cz}} = \frac{1}{\tau_{e45+}} - \frac{1}{\tau_{e45-}}.
 \end{aligned} \tag{2}$$

В этих соотношениях σ_{pz} , σ_{pb} , σ_{cz} , σ_{cb} — пределы прочности при одноосном растяжении и сжатии в соответствующих направлениях;

τ_{e45} — сопротивление сдвигу для элемента, грани которого составляют с направлениями σ_z и σ_0 45° , а τ_{e45+} и τ_{e45-} — различные пределы прочности на сдвиг по площадкам, наклонным также под углом 45° к направлениям σ_z и σ_0 .

Внося в соотношения (1) и (2) экспериментальные данные

$$\sigma_{pz} = 607 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}, \quad \sigma_{pb} = 1685 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}, \quad \tau_{pz} = 521 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2},$$

$$\sigma_{pb} = 423 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}, \quad \sigma_{cb} = 1453 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2},$$

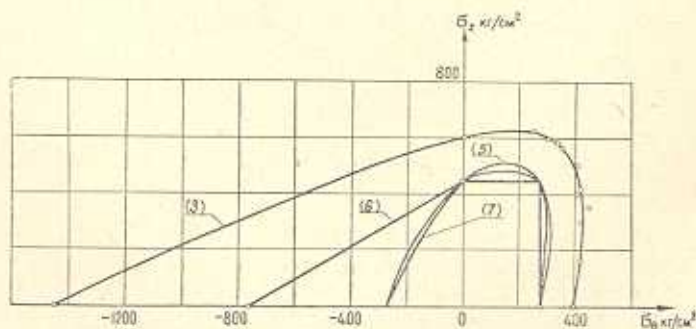
$$\sigma_{pz} = 423 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}, \quad \sigma_{cz} = 521 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2},$$

получим

$$\sigma_z^2 + 1.74 \sigma_0^2 - 3.91 \sigma_z \sigma_0 + 1078 \sigma_z + 1837 \sigma_0 - 1022950 = 0, \tag{3}$$

$$\sigma_z + 1.74 \sigma_0^2 - 2.46 \sigma_z \sigma_0 + 1078 \sigma_z + 1838 \sigma_0 - 1024500 = 0. \tag{4}$$

Соотношения (3) и (4) мало отличаются друг от друга. На фиг. 5 построен график функции (3), где результаты испытания нанесены в виде кружков. При этом заметно, что опытные данные удовлетворительно совпадают с теоретической кривой (3).



Фиг. 5.

В работе [4] для сильно анизотропных материалов рекомендуется условие прочности при плоском напряженном состоянии в виде поли-

$$\begin{aligned}
 & + \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\sigma_{pz}} + \frac{1}{\sigma_{cz}} \right)^2 \sigma_z^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\sigma_{p\theta}} - \frac{1}{\sigma_{c\theta}} \right)^2 \sigma_\theta^2 + \right. \\
 & + \left. \frac{1}{4} \left[\left(\frac{1}{\sigma_{pz}} + \frac{1}{\sigma_{cz}} \right)^2 + \left(\frac{1}{\sigma_{p\theta}} + \frac{1}{\sigma_{c\theta}} \right)^2 - \left(\frac{1}{\tau_{c45+}} + \frac{1}{\tau_{c45-}} \right)^2 \right] \sigma_z \sigma_\theta \right\}^{\frac{1}{2}} - 1 = 0, \\
 & \frac{1}{\sigma_{pz}} \quad \frac{1}{\sigma_{p\theta}} \quad \frac{1}{\sigma_{cz}} = \frac{1}{\tau_{c45+}} \quad \frac{1}{\tau_{c45-}}.
 \end{aligned} \tag{2}$$

В этих соотношениях σ_{pz} , $\sigma_{p\theta}$, σ_{cz} , $\sigma_{c\theta}$ — пределы прочности при одноосном растяжении и сжатии в соответствующих направлениях;

τ_{c45} — сопротивление сдвигу для элемента, грани которого составляют с направлениями σ_z и σ_θ 45° , а τ_{c45+} и τ_{c45-} — различные пределы прочности на сдвиг по площадкам, наклонным также под углом 45° к направлениям σ_z и σ_θ .

Внося в соотношения (1) и (2) экспериментальные данные

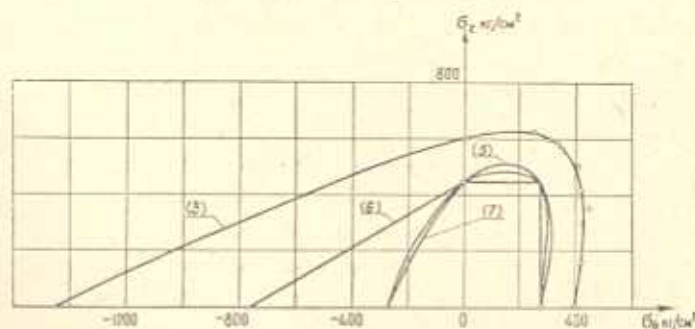
$$\begin{aligned}
 \sigma_{pz} &= 607 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}, & \sigma_{pz} &= 1685 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}, & \tau_{pz} &= 521 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}, \\
 \sigma_{p\theta} &= 423 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}, & \sigma_{c\theta} &= 1453 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}, \\
 \sigma_{pz} &= 423 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}, & \sigma_{cz} &= 521 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2},
 \end{aligned}$$

получим

$$\sigma_z^2 + 1.74 \sigma_\theta^2 - 3.91 \sigma_z \sigma_\theta + 1078 \sigma_z + 1837 \sigma_\theta - 1022950 = 0, \tag{3}$$

$$\sigma_z + 1.74 \sigma_\theta^2 - 2.46 \sigma_z \sigma_\theta + 1078 \sigma_z + 1838 \sigma_\theta - 1024500 = 0. \tag{4}$$

Соотношения (3) и (4) мало отличаются друг от друга. На фиг. 5 построен график функции (3), где результаты испытания нанесены в виде кружков. При этом заметно, что опытные данные удовлетворительно совпадают с теоретической кривой (3).



Фиг. 5.

В работе [4] для сильно анизотропных материалов рекомендуется условие прочности при плоском напряженном состоянии в виде поли-

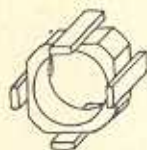
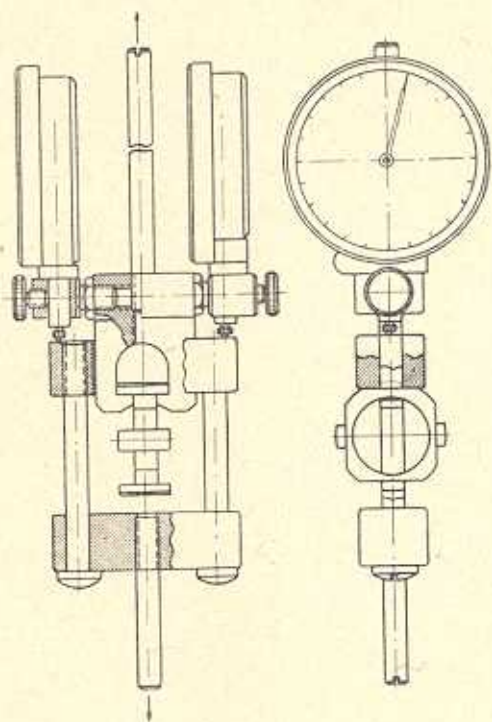
нома четвертой степени, который по сравнению с (1) и (2) является сложным и поэтому здесь не приводится.

Изучались изменения условий пластичности текстолита при развитии пластического течения. Как известно, момент наступления пластического состояния довольно условен и его можно определить по-разному. При этом, исходя из физической сущности пластического состояния испытуемого анизотропного материала, предполагалось, что в начале наступления пластического состояния резко увеличивается скорость пластической деформации.

Для выявления предела текучести текстолита проводились одноосные нагружения (растяжение и сжатие) мелкими ступенями и с последующими кратковременными остановками (30 сек). При этом в течение указанного промежутка времени сохранилось постоянное значение нагрузки каждой ступени, т. е. отсутствовала разгрузка. В начале и конце этих промежутков времени измерялись соответствующие значения деформации. Они являются положительными пластическими деформациями, ибо за указанные промежутки времени возрастали по направлению приложенной нагрузки. По этим данным вычислялись средние величины скорости пластической деформации, наступающие после каждой ступени нагружения. Нагрузка, после приложения которой имеет место резкое увеличение скорости деформации, будет соответствовать пределу текучести. Затем по этой нагрузке вычислялись соответствующие пределы текучести.

Пределы прочности и текучести в направлении, перпендикулярном к слоям (в радиальном направлении), определялись с помощью прибора и специального образца, изображенных на фиг. 6.

Таким образом, по главным направлениям анизотропии установились следующие пределы текучести:



Фиг. 6.

$$\sigma_{sz} = 450 \frac{\kappa_1}{\text{см}^2}, \quad \tau_{szz} = 760 \frac{\kappa_1}{\text{см}^2} \text{ (при сжатии)},$$

$$\sigma_{s\theta} = 275 \frac{\kappa_1}{\text{см}^2}, \quad \sigma_{sr} = 65 \frac{\kappa_1}{\text{см}^2}, \quad \tau_{sz\theta} = 400 \frac{\kappa_1}{\text{см}^2}.$$

Заметим, что условие пластичности анизотропного тела Губера—Мизеса—Хилла в данном случае не пригодно, ибо в текстолите анизотропия усиливается в пластической области деформации (фиг. 4), а также существенно различаются пределы текучести сжатия и растяжения.

Для исследуемого случая пользуемся так называемыми модифицированными условиями пластичности, приведенными в работе [6], где по критерию формоизменения Мизеса, максимального касательного напряжения Сен-Венана и по критерию Прагера, учитывающему эффект упрочнения при сложно-напряженном состоянии, имеем

$$\left(\frac{\sigma_z}{\sigma_{sz}}\right)^2 - \frac{\sigma_z \sigma_\theta}{\sigma_{sz} \sigma_{s\theta}} + \left(\frac{\sigma_\theta}{\sigma_{s\theta}}\right)^2 = 1,$$

$$\frac{\sigma_z}{\sigma_{sz}} = \pm 1, \quad \sigma_z > \sigma_\theta > 0,$$

$$\frac{\sigma_\theta}{\sigma_{s\theta}} = \pm 1, \quad \sigma_\theta > \sigma_z > 0,$$

$$\frac{\sigma_z}{\sigma_{sz}} - \frac{\sigma_\theta}{\sigma_{s\theta}} = \pm 1, \quad \sigma_z > 0 < \sigma_\theta,$$

$$\frac{3}{2} \left[\left(\frac{\sigma_z}{\sigma_{sz}}\right)^2 - \frac{\sigma_z \sigma_\theta}{\sigma_{sz} \sigma_{s\theta}} + \left(\frac{\sigma_\theta}{\sigma_{s\theta}}\right)^2 \right]^3 -$$

$$- \frac{1}{8} \left(\frac{\sigma_z}{\sigma_{sz}} + \frac{\sigma_\theta}{\sigma_{s\theta}}\right)^2 \left(\frac{\sigma_z}{\sigma_{sz}} - \frac{2\sigma_\theta}{\sigma_{s\theta}}\right)^2 \left(\frac{\sigma_\theta}{\sigma_{s\theta}} - \frac{2\sigma_z}{\sigma_{sz}}\right)^2 = 1.$$

Внеся в эти условия пластичности указанные значения пределов текучести, получим

$$\sigma_z^2 - 1.64 \sigma_z \sigma_\theta + 2.68 \sigma_\theta^2 - 202420 = 0, \quad (5)$$

$$\sigma_z = 450, \quad \sigma_\theta = 275, \quad \frac{\sigma_z}{450} - \frac{\sigma_\theta}{760} = 1, \quad (6)$$

$$\frac{3}{2} \left[\left(\frac{\sigma_z}{450}\right)^2 - \frac{\sigma_z \sigma_\theta}{123750} + \left(\frac{\sigma_\theta}{275}\right)^2 \right]^3 -$$

$$- \frac{1}{8} \left(\frac{\sigma_z}{450} + \frac{\sigma_\theta}{275}\right)^2 \left(\frac{\sigma_z}{450} - \frac{2\sigma_\theta}{275}\right)^2 \left(\frac{\sigma_\theta}{275} - \frac{2\sigma_z}{450}\right)^2 - 1 = 0. \quad (7)$$

Соотношения (5), (6) и (7) представляют линии пересечения поверхности текучести с плоскостью $\sigma_r = 0$ и являются условиями пла-

стичности для плоских напряженных состояний. На фиг. 5 представлены графики соотношений (5), (6) и (7).

Из фиг. 3 следует, что при простом нагружении текстолита за пределом текучести свойства материала изменяются, при этом меняются также начальные условия пластичности.

Таким образом, при простом нагружении текстолита происходит анизотропное расширение поверхности текучести до достижения предельной поверхности прочности. Однако, в квадранте положительных главных напряжений обнаруживается изотропное расширение кривой пластичности по всем рассматриваемым теориям пластичности анизотропного тела (фиг. 5) от начального положения до предельного состояния разрушения, при этом она остается геометрически подобной кривой прочности.

На основе исследований двухосного напряженного состояния текстолита можно прийти к следующим заключениям.

1. Результаты экспериментов показали подтверждение как частной теории [1], так и общей теории прочности [3] анизотропных материалов (текстолит).

2. Из рассмотренных условий пластичности модифицированное условие Сен-Венана лучше остальных соответствует результатам эксперимента.

3. Если в случае простого нагружения в любом сложно-напряженном состоянии изотропного тела все теории пластичности тождественно совпадают [7], то при простом нагружении анизотропного тела (текстолита) рассматриваемые теории пластичности совпадают только в случае двухосного растяжения по главным направлениям анизотропии (фиг. 5).

В проведении экспериментов и в обработке результатов принимала участие И. А. Домбаева.

Институт математики и механики
АН Армянской ССР

Поступила 18 V 1966

Ք. Տ. ԱՌԱՔԵԿՅԱՆ

ՏԵԽՍՏՈՂԻՏԻ ԱՄՐՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ՊԼԱՍՏԻԿՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա. Մ. Փ. Ն. Փ. Ն. Մ.

Առաջնաախրված է տեքստոլիտի ամրութիւնը և պլաստիկութիւնը երկառանցք լարման և պարզ բննաւորման ղեպքում:

Յուլը է տրված, որ այս ղեպքում տեղի ունի Սեն-Վենանի մոդիֆիկացված պլաստիկության տեսութիւնը: Տեքստոլիտը պարզ բննաւորման ենթարկելիս միայն անիզոտրոպիայի զլիտալոր ուղղութիւններով երկառանցք ձգման ղեպքում, զիտարկված բոլոր պլաստիկության տեսութիւնները համընկնում են:

T. T. ARAKELIAN

ON STRENGTH AND PLASTICITY OF LAMINATED FABRIC

S u m m a r y

Strength and plasticity of laminated fabric for biaxial stresses and simple loading was investigated. It is shown that Sen-Venan's modified condition of plasticity takes place.

All examined theories of plasticity coincide for biaxial strain of laminated fabric in the principal direction of anisotropy.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Захаров К. В. Критерий прочности для слоистых пластмасс. Пластические массы, 1961, № 8.
2. Смотрич Н. Т., Чебанов В. М. Замечания о прочности и разрушении при сложном напряженном состоянии в случае простого нагружения. Исследования по упругости и пластичности, сб. № 2. Изд. Ленингр. ун-та, 1963.
3. Гольденблат И. И., Копнов В. А. Прочность стеклопластиков при сложном напряженном состоянии. Механика полимеров, 1965, № 2.
4. Ашкенози Е. К. Вопросы анизотропии прочности. Механика полимеров, 1965, № 2.
5. Протасов В. Д., Копнов В. А. Исследование прочности стеклопластиков при плоском напряженном состоянии. Механика полимеров, 1965, № 5.
6. Ху и Мерин. Анизотропные функции нагружения для сложных напряженных состояний в пластической области. Механика. Сб. переводов и обзоров иностранной периодической литературы, 1956, № 2 (36).
7. Ильющин А. А. Теория пластичности при простом нагружении тел, материал которых обладает упрочнением. ПММ, т. 11, вып. 2, 1947.