ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XIX, № 6, 1966 Механика

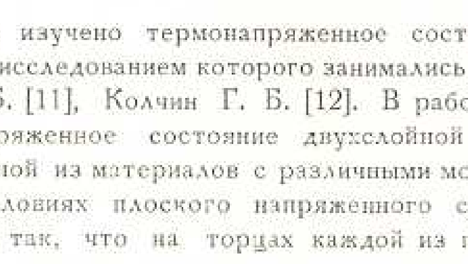
В. В. КРИСАЛЬНЫЙ

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В СИСТЕМЕ ДВУХ МАССИВНЫХ БЕТОННЫХ БЛОКОВ

Вопрос о расчете температурно-усадочных напряжений в массивных прямоугольных бетонных блоках, существенно влияющих на прочность и долговечность инженерных сооружений, рассматривали в своих работах Маслов Г. Н. [1], Белов А. В. [2], Гвоздев А. А. [3], Абрамян Б. Л. [4], Арутюнян Н. Х. и Абрамян Б. Л. [5], Прокопович И. Е. [6—9], Александровский С. В. [10] и др. авторы. Однако, достаточно полного решения до настоящего времени этот вопрос не получил.

Еще меньше изучено термонапряженное состояние системы нескольких блоков, исследованием которого занимались Дятловицкий Л.И. и Рабинович А. Б. [11], Колчин Г. Б. [12]. В работе [12] рассматривается термонапряженное состояние двухслойной полосы конечной длины, составленной из материалов с различными модулями упругости, находящейся в условиях плоского напряженного состояния. Решение задачи построено так, что на торцах каждой из полос остаются неуравновешенными касательные напряжения, вследствие чего нельзя считать задачу решенной с точностью до принципа Сен-Венана.

В настоящей работе приведено решение задачи о температурных напряжениях в системе двух массивных прямоугольных бетонных блоков с различными модулями упругости, находящихся в условиях плоского напряженного состояния. Температура в каждом из блоков изменяется только вдоль оси y, а температурная функция $T(y)$ в любой момент времени известна (фиг. 1).



Фиг. 1.

Рассмотрено два случая:

1) система свободна от внешних связей,

2) на длинную сторону одного из блоков наложены абсолютно жесткие связи (заделка в абсолютно жесткое основание).

1. Следуя методике [1] и полагая верхний блок свободным (фиг. 1), запишем следующие формулы для приращения напряжений и перемещений, вызванных приращением температуры $T(y)$:

$$\sigma_x = \alpha E \left[m + ny - T(y) \right], \tag{1}$$

$$\sigma_y = 0, \qquad \tau_{xy} = 0,$$

$$u = \alpha (m + ny) x, \tag{2}$$

$$v = -\alpha \left[\mu \left(my + \frac{n}{2} y^2 \right) + \frac{n}{2} x^2 - (1-\mu) \int T(y)\, dy \right]. \tag{3}$$

Здесь α — коэффициент температурного расширения бетона,

E — модуль упругости,

$$m = \frac{2}{h} \left(2Q - \frac{3}{h} S \right), \qquad n = \frac{6}{h^2} \left(\frac{2}{h} S - Q \right),$$

$$Q = \int_0^h T(y) dy, \qquad S = \int_0^h T(y)\, y\, dy,$$

h — высота блока, μ — коэффициент Пуассона.

2. Напряжения в блоке, вызванные контактными усилиями, возникающими на поверхности сопряжения блоков, определяются формулами

$$\sigma_x = \sum_{i=1}^{\infty} f''(\alpha_i y) \cos \alpha_i x, \tag{4}$$

$$\sigma_y = -\sum_{i=1}^{\infty} f(\alpha_i y)\, \alpha_i^2 \cos \alpha_i x + a + by, \tag{5}$$

$$\tau_{xy} = \sum_{i=1}^{\infty} f'(\alpha_i y)\, \alpha_i \sin \alpha_i x - bx, \tag{6}$$

записанными при помощи функции напряжений

$$\varphi = \sum_{i=1}^{\infty} f(\alpha_i y) \cos \alpha_i x + \frac{a}{2} x^2 + \frac{b}{2} x^2 y, \tag{7}$$

где

$$f(\alpha_i y) = \sum_{k=1}^{2} C_{ki} \psi_{ki} (\alpha_i y),$$

$$\psi_{ki}(\alpha_i y) = a_{ki} \operatorname{ch} \alpha_i y + b_{ki} \operatorname{sh} \alpha_i y + c_{ki} \alpha_i y \operatorname{ch} \alpha_i y + d_{ki} \alpha_i y \operatorname{sh} \alpha_i y,$$

a, b, C_{ki}, a_{ki}, b_{ki}, c_{ki} и d_{ki} — постоянные, $f'(\alpha_i y)$ и $f''(\alpha_i y)$ — первая и вторая производные по y,

$$\alpha_i = \frac{2i-1}{2l} \pi.$$

По известным формулам теории упругости получим перемещения

$$u = \frac{1}{E}\left\{\sum_{i=1}^{\infty}\left[f''(\alpha_i y) + \mu f(\alpha_i y)\alpha_i^2\right]\frac{1}{\alpha_i}\sin\alpha_i x - \mu(a+by)x\right\} + \omega_2(y), \tag{8}$$

$$v = -\frac{1}{E}\left\{\sum_{i=1}^{\infty}\left[F(\alpha_i y)\alpha_i^2 + \mu f'(\alpha_i y)\right]\cos\alpha_i x - ay - \frac{1}{2}by^2\right\} + \omega_1(x), \tag{9}$$

где $\omega_1(x)$ и $\omega_2(y)$ — произвольные функции.

Подставив (6), (8) и (9) в зависимость

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{2(1+\mu)}{E}\tau_{xy},$$

после преобразований получим (аналогично [13])

$$\sum_{i=1}^{\infty}\left[f'''(\alpha_i y)\frac{1}{\alpha_i} - 2f'(\alpha_i y)\alpha_i + F(\alpha_i y)\alpha_i^3\right]\sin\alpha_i x + (2+\mu)bx =$$

$$= -E\left[\omega_1'(x) + \omega_2'(y)\right]. \tag{10}$$

Простая подстановка показывает, что

$$f'''(\alpha_i y)\frac{1}{\alpha_i} - 2f'(\alpha_i y)\alpha_i + F(\alpha_i y)\alpha_i^3 \equiv 0.$$

Тогда из (10) определяются функции

$$\omega_1(x) = -\frac{2+\mu}{2E}bx^2 - \gamma x + \xi_0, \quad \omega_2(y) = \gamma y + \delta,$$

где γ, δ и ξ_0 — произвольные постоянные.

В силу симметричности задачи

$$u\big|_{x=0} = 0,$$

откуда можно заключить, что

$$\gamma = \delta = 0.$$

Прием, использованный в [13] для преобразования формул напряжений, применим к преобразованию формул перемещений (8) и (9) с целью получить для перемещений на длинных сторонах блока одночленные выражения с одним неизвестным коэффициентом под знаком суммы.

Выражения в квадратных скобках в (8) и (9) запишем в следующем виде:

$$f''(\alpha_i y)\frac{1}{\alpha_i} + \mu f(\alpha_i y)\alpha_i = \sum_{k=1}^{4} C_{ki}\alpha_i\xi_{ki}(\alpha_i y),$$

$$F(\alpha_i y)\alpha_i^2 + \mu f'(\alpha_i y) = \sum_{k=1}^{4} C_{ki}\alpha_i\zeta_{ki}(\alpha_i y),$$

где

$$\xi_{ki}(\alpha_i y) = [(1+\mu)a_{ki} + 2d_{ki}]\operatorname{ch}\alpha_i y + [(1+\mu)b_{ki} + 2c_{ki}]\operatorname{sh}\alpha_i y +$$
$$+ (1+\mu)c_{ki}\alpha_i y \operatorname{ch}\alpha_i y + (1+\mu)d_{ki}\alpha_i y \operatorname{sh}\alpha_i y,$$

$$\zeta_{ki}(\alpha_i y) = [(1+\mu)(a_{ki} + c_{ki}\alpha_i y) - (1-\mu)d_{ki}]\operatorname{sh}\alpha_i y +$$
$$+ [(1+\mu)(b_{ki} + d_{ki}\alpha_i y) - (1-\mu)c_{ki}]\operatorname{ch}\alpha_i y.$$

Представленные в таблице коэффициенты a_{ki}, b_{ki}, c_{ki} и d_{ki} определены из следующих четырех систем уравнений:

$$\xi_{1i}(0) = 1, \quad \xi_{1i}(\alpha_i h) = 0, \quad \zeta_{1i}(0) = 0, \quad \zeta_{1i}(\alpha_i h) = 0,$$
$$\xi_{2i}(0) = 0, \quad \xi_{2i}(\alpha_i h) = 1, \quad \zeta_{2i}(0) = 0, \quad \zeta_{2i}(\alpha_i h) = 0,$$
$$\xi_{3i}(0) = 0, \quad \xi_{3i}(\alpha_i h) = 0, \quad \zeta_{3i}(0) = 1, \quad \zeta_{3i}(\alpha_i h) = 0,$$
$$\xi_{4i}(0) = 0, \quad \xi_{4i}(\alpha_i h) = 0, \quad \zeta_{4i}(0) = 0, \quad \zeta_{4i}(\alpha_i h) = 1.$$

Таким образом, по (8) и (9) получим

при $y = 0$

$$u = \frac{1}{E}\left(\sum_{i=1}^{\infty} C_{1i}\alpha_i \sin\alpha_i x - \mu a x\right), \tag{11}$$

$$v = -\frac{1}{E}\left[\sum_{i=1}^{\infty} C_{3i}\alpha_i \cos\alpha_i x + \frac{b}{2}(2+\mu)x^2\right] + \varepsilon_0, \tag{12}$$

при $y = h$

$$u = \frac{1}{E}\left[\sum_{i=1}^{\infty} C_{2i}\alpha_i \sin\alpha_i x - \mu(a + bh)x\right], \tag{13}$$

$$v = -\frac{1}{E}\left\{\sum_{i=1}^{\infty} C_{4i}\alpha_i \cos\alpha_i x - ah + \frac{b}{2}[(2+\mu)x^2 - h^2]\right\} + \varepsilon_0. \tag{14}$$

Два блока сопрягаются по длинным сторонам без взаимного смещения по поверхности контакта. Напряжения в каждом блоке определяются как сумма напряжений (1), вызванных приращением температуры, и напряжений (4)—(6), вызванных усилиями на контактной поверхности. Коэффициенты C_{ki}, a и b находятся из условий на контуре системы и условий сопряжения.

3. Система блоков свободна от внешних связей. В этом случае граничные условия

при $y = h_1$

$$1)\ \sigma_{1y}(x, h_1) = 0, \qquad 2)\ \tau_{1yx}(x, h_1) = 0. \tag{15}$$

Условия сопряжения блоков при $y = 0$

$$\begin{aligned} &3)\ \sigma_{1y}(x, 0) = \sigma_{2y}(x, 0), &&4)\ \tau_{1yx}(x, 0) = \tau_{2yx}(x, 0),\\ &5)\ u_1(x, 0) = u_2(x, 0), &&6)\ v_1(x, 0) = v_2(x, 0). \end{aligned} \tag{16}$$

На грани $y = h_2$ граничные условия будут

$$7)\quad \sigma_{2y}(x,\ h_2) = 0, \qquad 8)\quad \tau_{2yx}(x,\ h_2) = 0. \tag{17}$$

Кроме того, выбранная функция напряжений (7) позволяет интегрально удовлетворить условия на торцах каждого блока в отдельности, т. е. условия равенства нулю главного вектора касательных напряжений

$$10)\quad \int\limits_0^{h_2} \tau_{2xy}(\pm l,\ y)\,dy = 0, \qquad 11)\quad \int\limits_0^{h_1} \tau_{1xy}(\pm l,\ y)\,dy = 0. \tag{18}$$

Здесь и далее первая цифра индекса в напряжениях, перемещениях, функции f, E и коэффициентах C_{kl} указывает номер блока (фиг. 1).

Вследствие однородности граничных условий 1) из (15) и 7) из (17) на свободных горизонтальных гранях системы блоков оба условия (18), при наличии условия 3) из (16), можно заменить одним эквивалентным условием, выражающим равенство нулю главного вектора нормальных напряжений, приложенных к одному из блоков на поверхности их контакта

$$\int\limits_{-l}^{l} \sigma_{1y}(x,\ 0)\,dx = 0 \quad \text{или} \quad \int\limits_{-l}^{l} \sigma_{2y}(x,\ 0)\,dx = 0.$$

При этом соблюдается равновесие каждого блока в отдельности. Так как задача симметрична относительно оси y, то и самоуравновешенная эпюра нормальных напряжений на контактной поверхности должна быть симметричной относительно этой же оси, что позволяет брать интеграл в последнем условии от нуля до l.

В настоящей работе вместо условий 10) и 11) из (18) взято условие

$$9)\quad \int\limits_0^{l} \sigma_{1y}(x,\ 0)\,dx = 0. \tag{19}$$

Таким образом, кроме условий на длинных гранях, можно интегрально удовлетворить условия на торцах каждого из блоков при помощи девяти уравнений с девятью постоянными по геометрическим координатам. Поэтому для свободной от внешних связей системы блоков в полиноме функции напряжений следует положить коэффициент b равным нулю.

Коэффициент a не может быть равным нулю, так как при выбранной функции напряжений нормальные напряжения (5) в точке $(\pm l,\ 0)$ были бы равны нулю, что противоречит физической картине явления.

Таблица коэффициентов a_{ki}, b_{ki}, c_{ki}, d_{ki}

k	a_{ki}	b_{ki}	c_{ki}	d_{ki}
1	$\frac{1}{1+\mu}-\frac{2}{1+\mu}d_{1i}$	$\frac{1-\mu}{1+\mu}c_{1i}$	$\frac{(3-\mu)\operatorname{sh}\alpha_i h\operatorname{ch}\alpha_i h-(1+\mu)\alpha_i h}{J(\mu,\ \alpha_i h)}$	$-\frac{(3-\mu)\operatorname{sh}^2\alpha_i h}{J(\mu,\ \alpha_i h)}$
2	$-\frac{2}{1+\mu}d_{2i}$	$\frac{1-\mu}{1+\mu}c_{2i}$	$\frac{(1+\mu)\alpha_i h\operatorname{ch}\alpha_i h-(3-\mu)\operatorname{sh}\alpha_i h}{J(\mu,\ \alpha_i h)}$	$-\frac{(1+\mu)\alpha_i h\operatorname{sh}\alpha_i h}{J(\mu,\ \alpha_i h)}$
3	$-\frac{2}{1+\mu}d_{3i}$	$\frac{1}{1+\mu}+\frac{1-\mu}{1+\mu}c_{3i}$	$-d_{1i}$	$-\frac{(1+\mu)\alpha_i h+(3-\mu)\operatorname{sh}\alpha_i h\operatorname{ch}\alpha_i h}{J(\mu,\ \alpha_i h)}$
4	$-\frac{2}{1+\mu}d_{4i}$	$\frac{1-\mu}{1+\mu}c_{4i}$	d_{2i}	$\frac{(3-\mu)\operatorname{sh}\alpha_i h+(1+\mu)\alpha_i h\operatorname{ch}\alpha_i h}{J(\mu,\ \alpha_i h)}$

$J(\mu,\ \alpha_i h)=[(1+\mu)\alpha_i h]^2-[(3-\mu)\operatorname{sh}\alpha_i h]^2$

Если $T(y)$ представить в виде алгебраического полинома (что вовсе не обязательно), в (12) положить $\varepsilon_0 = 0$, то условия (15)—(17) и (19) с учетом (2), (3), (5), (6), (11)—(12) и представлений

$$1 = \frac{4}{\pi}\sum_{i=1}^{\infty} D_{1i}\cos\alpha_i x, \qquad x = \frac{8l}{\pi^2}\sum_{i=1}^{\infty} D_{2i}\sin\alpha_i x,$$

$$x^2 = \frac{4}{\pi}\sum_{i=1}^{\infty}\left(l^2 - \frac{2}{\alpha_i^2}\right)D_{1i}\cos\alpha_i x,$$

где

$$D_{ni} = \frac{(-1)^{i+1}}{(2i-1)^n},$$

запишутся так:

$$1)\quad f_{1i}(\alpha_i h_1) = \frac{4D_{1i}}{\pi\alpha_i^2}a, \qquad 2)\quad f'_{1i}(\alpha_i h_1) = 0,$$

$$3)\quad f_{1i}(0) = f_{2i}(0), \qquad 4)\quad f'_{1i}(0) = f'_{2i}(0),$$

$$5)\quad C_{11i} - kC_{21i} = \frac{8lD_{2i}}{\pi^2\alpha_i}[\mu(1-k)a + \alpha E_1(m_2 - m_1)],$$

$$6)\quad C_{13i} - kC_{23i} = \frac{2D_{1i}}{\pi\alpha_i}\left(l^2 - \frac{2}{\alpha_i^2}\right)\alpha E_1(n_2 - n_1),$$

$$7)\quad f_{2i}(\alpha_i h_2) = \frac{4D_{1i}}{\pi\alpha_i^2}a, \qquad 8)\quad f'_{2i}(\alpha_i h_2) = 0, \tag{20}$$

$$9)\quad a = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{\infty}(-1)^{i+1}\alpha_i f_{1i}(0).$$

Здесь $k = \frac{E_1}{E_2}$.

Особенностью алгебраической системы уравнений (15)—(17) и (19) является то, что коэффициент „a" не зависит от номера члена ряда и определение C_{ki} свести к решению самостоятельной системы уравнений для каждого члена ряда не удается. Поэтому решение этой системы может быть получено следующим путем.

Из условий 1), 2), 5) и 6) коэффициенты C_{1ki} выражаются через a, C_{2ki}, параметры блоков и функции φ_{ki}

$$\begin{aligned} C_{11i} &= B_i a + kC_{21i} - D_i, \\ C_{12i} &= p_{1i}a + p_{2i}C_{21i} + p_{3i}C_{23i} - p_{4i}, \\ C_{13i} &= kC_{23i}, \\ C_{14i} &= p_{5i}a + p_{6i}C_{21i} + p_{7i}C_{23i} - p_{8i}. \end{aligned} \tag{21}$$

Из условий 3), 4), 7) и 8) с учетом (21) определим

$$
\begin{aligned}
C_{21i} &= -q_{7i}a + q_{8i},\\
C_{22i} &= q_{5i}a - q_{6i},\\
C_{23i} &= q_{1i}a - q_{2i},\\
C_{24i} &= q_{3i}a - q_{4i}.
\end{aligned}
\tag{22}
$$

Тогда из условия (19) с учетом (21) и (22) можно выразить коэффициент „a“ через функции $\psi_{ki}(0)$ и параметры блоков в конечном виде для любого числа членов ряда

$$
a = \frac{\frac{1}{l}\sum\limits_{i=1}^{\infty}(-1)^{i+1}\alpha_i\left[\psi_{1i}(0)\,\omega_{2i} + \psi_{2i}(0)\,\omega_{4i} - \psi_{3i}(0)\,q_{2i}k + \psi_{4i}(0)\,\omega_{6i}\right]}{1-\frac{1}{l}\sum\limits_{i=1}^{\infty}(-1)^{i+1}\alpha_i\left[\psi_{1i}(0)\,\omega_{1i} + \psi_{2i}(0)\,\omega_{3i} + \psi_{3i}(0)\,q_{1i}k + \psi_{4i}(0)\,\omega_{5i}\right]},
$$

после чего по (21) и (22) определяются коэффициенты C_{ki}.

4. На систему блоков по грани $y = h_2$ наложены абсолютно жесткие связи, лишающие точки этой грани всех перемещений. Для определения постоянных C_{1ki}, C_{2ki}, a и b следует условия (17) заменить условиями сопряжения системы блоков с абсолютно жестким основанием

$$
7)\quad u_2(x,\ h_2) = 0, \qquad 8)\quad v_2(x,\ h_2) = 0. \tag{23}
$$

В этом случае условия 1) из (15) и 7) из (23) неоднородны и условием (19) можно заменить только условие 11) из (18).

Для обращения главного вектора касательных напряжений на торцах нижнего блока в нуль следует сохранить условие 10) из (18), а также сохранить и постоянную b. Аналогично предыдущему случаю из условий (19) и 10) из (18) выражаются независящие от номера члена ряда коэффициенты a и b через C_{ki}, а последние определяются из остальных условий через a и b и подставляются в выражения для a и b.

После определения „a“ и „b“ находятся коэффициенты C_{ki}.

Существенно упрощаются вычисления, если

$$
h_1 = |h_2|. \tag{24}
$$

При этом вычисление коэффициентов a_{ki}, b_{ki}, c_{ki} и d_{ki} производится только для одного (например, верхнего) блока. Для другого блока берутся те же коэффициенты, но a_{3i}, a_{4i}, b_{1i}, b_{2i}, c_{1i}, c_{2i}, d_{3i} и d_{4i} изменят знак на противоположный.

При наличии условия (24) упрощается и вычисление функций ψ_{ki}. Так, вместо четырех функций $\psi_{ki}(0)$, $\psi'_{ki}(0)$, $\psi_{ki}(\alpha_i h)$, $\psi'_{ki}(\alpha_i h)$, учитывая зависимости

$$
\begin{aligned}
&\psi_{1i}(0)=\psi_{2i}(\alpha_i h), && \psi'_{1i}(0)=-\psi'_{2i}(\alpha_i h),\\
&\psi_{2i}(0)=\psi_{1i}(\alpha_i h), && \psi'_{2i}(0)=-\psi'_{1i}(\alpha_i h),\\
&\psi_{3i}(0)=-\psi_{4i}(\alpha_i h), && \psi'_{3i}(0)=\psi'_{4i}(\alpha_i h),\\
&\psi_{4i}(0)=-\psi_{3i}(\alpha_i h), && \psi'_{4i}(0)=\psi'_{3i}(\alpha_i h),
\end{aligned}
\tag{25}
$$

достаточно вычислить

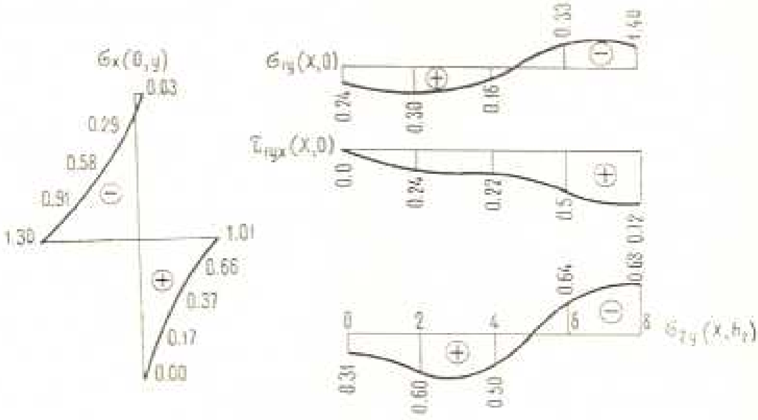
$$\psi_{ki}(0)=a_{ki} \quad \text{и} \quad \psi'_{ki}(0)=\alpha_i(b_{ki}+c_{ki})$$

только для одного блока.

Для другого блока остаются те же функции, но знаки $\psi_{3i}(0)$, $\psi_{4i}(0)$, $\psi'_{1i}(0)$ и $\psi'_{2i}(0)$ изменятся на противоположные.

Зависимости (25) справедливы в пределах одного блока при любой его высоте.

В качестве примера рассмотрена система блоков, жестко связанная с основанием при равномерном повышении температуры верхнего блока на один градус. Для вычислений взято $l=8$ *м*, $h_1=|h_2|=4$ *м*, $E_1=2\cdot 10^5$ *кг/см²*, $E_2=2.5\cdot 10^5$ *кг/см²*. Эпюры упруго-мгновенных напряжений показаны на фиг. 2.



Фиг. 2.

5. Учет ползучести бетона при определении температурных напряжений в системе бетонных блоков производится при помощи наследственной теории старения, созданной Масловым Г. Н. [14], Арутюняном Н. Х. [15] и развитой Прокоповичем И. Е. [16], Манукяном И. И. [17], Александровским С. В. [10] и др.

В рассматриваемой задаче влияние ползучести на напряженное состояние системы блоков выражается в зависимости постоянных по геометрическим координатам

$$C_{ki},\ a\ \text{и}\ b \tag{26}$$

от времени, т. е. вместо коэффициентов упруго-мгновенной задачи

(26) в выражения для напряжений и перемещений войдут функции

$$C^*_{kl}(t), \qquad a^*(t) \quad \text{и} \quad b^*(t). \tag{27}$$

Так как в (20) все условия, кроме пятого и шестого, от ползучести не зависят [15], [16], то в них следует только заменить коэффициенты (26) функциями (27).

Условия 5) и 6) в (20) от ползучести зависят, поэтому, приняв закон изменения модуля упругости согласно [15] в виде

$$E(\tau) = E(1 - \beta e^{-\alpha\tau}),$$

а выражение для полных относительных деформаций согласно [16] в виде

$$\delta(t, \tau) = 1/E(\tau)\,[1 + \Xi(\tau)[1 - e^{-\gamma(t-\tau)}]],$$

вместо условий 5) и 6) получим следующие условия:

$$\frac{1}{E_1(t-\tau_1)}\left[\sum_{i=1}^{\infty} C^*_{11i}(t)\,\alpha_i \sin\alpha_i x - \mu a^*(t)\,x\right] -$$

$$- \int_{\tau_1}^{t}\left[\sum_{i=1}^{\infty} C^*_{11i}(\tau)\,\alpha_i \sin\alpha_i x - \mu a^*(\tau)\,x\right]\delta_1'(t, \tau-\tau_1)\,d\tau -$$

$$- \frac{1}{E_2(t)}\left[\sum_{i=1}^{\infty} C^*_{21i}(t)\,\alpha_i \sin\alpha_i x - \mu a^*(t)\,x\right] +$$

$$+ \int_{\tau_1}^{t}\left[\sum_{i=1}^{\infty} C^*_{21i}(\tau)\,\alpha_i \sin\alpha_i x - \mu a^*(\tau)\,x\right]\delta_2'(t, \tau)\,d\tau = \alpha[m_2(t) - m_1(t)]\,x,$$

$$\frac{1}{E_1(t-\tau_1)}\sum_{i=1}^{\infty} C^*_{13i}(t)\,\alpha_i \cos\alpha_i x - \int_{\tau_1}^{t}\sum_{i=1}^{\infty} C^*_{13i}(\tau)\,\alpha_i \cos\alpha_i x\,\delta_1'(t, \tau-\tau_1)\,d\tau -$$

$$- \frac{1}{E_2(t)}\sum_{i=1}^{\infty} C^*_{23i}(t)\,\alpha_i \cos\alpha_i x + \int_{\tau_1}^{t}\sum_{i=1}^{\infty} C^*_{23i}(\tau)\,\alpha_i \cos\alpha_i x\,\delta_2'(t, \tau)\,d\tau =$$

$$= -\alpha\left\{\frac{1}{2}[n_1(t) - n_2(t)]\,x^2 - (1+\mu)\int[T_1(y) - T_2(y)]\,dy\bigg|_{y=0}\right\}.$$

Здесь τ — возраст бетона, τ_1 — время укладки верхнего блока (время укладки нижнего блока $\tau = 0$).

Решая совместно систему (20), записанную с учетом ползучести, получим необходимые функции от времени $C^*_{kl}(t)$ и $a^*(t)$ для определения напряжений в свободной системе блоков.

В случае, когда система блоков стороной $y = h_2$ связана с абсолютно жестким основанием, используем ту же систему (20), записанную с учетом ползучести, в которой условия 7) и 8) заменяются следующими условиями по (13) и (14):

$$\frac{1}{E_2(t)}\left\{\sum_{i=1}^{\infty} C^*_{22i}(t)\,\alpha_i \sin\alpha_i x - \mu\left[a^*(t) + b^*(t)\,h_2\right] x\right\} -$$

$$-\int_{\tau_1}^{t}\left\{\sum_{i=1}^{\infty} C^*_{22i}(\tau)\,\alpha_i \sin\alpha_i x - \mu\left[a^*(\tau) + b^*(\tau)\,h_2\right] x\right\}\dot{\delta}_2(t,\tau)\,d\tau =$$

$$= \alpha\left[m_2(t) + n_2(t)\,h_2\right] x,$$

$$\frac{1}{E_2(t)}\left\{\sum_{i=1}^{\infty} C^*_{24i}(t)\,\alpha_i \cos\alpha_i x - a^*(t)\,h_2 + \frac{1}{2}\,b^*(t)\left[(2+\mu)x^2 - h_2^2\right]\right\} +$$

$$+\int_{\tau_1}^{t}\left\{\sum_{i=1}^{\infty} C^*_{24i}(\tau)\,\alpha_i \cos\alpha_i x - a^*(\tau)\,h_2 + \frac{1}{2}\,b^*(\tau)\left[(2+\mu)\,x^2 - h_2^2\right]\right\}\times$$

$$\times\,\dot{\delta}_2(t,\tau)\,d\tau = -\alpha\left\{\mu\left[m_2(t)\,h_2 + \frac{1}{2}\,n_2(t)\,h_2^2\right] +\right.$$

$$\left. + \frac{1}{2}\,n_2(t)\,x^2 - (1+\mu)\int T_2(y)\,dy\,\Big|_{y=0}\right\}.$$

Как и в случае упруго-мгновенной задачи, добавляем условие 10) из (18) с заменой (26) на (27).

Одесский инженерно-строительный институт

Поступила 24 VII 1965

Վ. Վ. ԿՐԻՍԱԼՆԻ

ՋԵՐՄԱՅԻՆ ԼԱՐՈՒՄՆԵՐԸ ԲԵՏՈՆՅԱ ԶԱՆԳՎԱԾԱՅԻՆ ԵՐԿՈՒ ԲԼՈԿՆԵՐԻ ՍԻՍՏԵՄՈՒՄ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Դիտարկվում է անդադրման տարբեր ժամկետներ ունեցող բետոնյա երկու երկար ուղղանկյուն բլոկների սիստեմում հարթ ջերմաառաձգական վիճակը: Բլոկները լծորդվում են երկար կողմերով՝ կոնտակտային մակերևույթով առանց փոխադարձ տեղափոխումների:

Դիտարկվում է երկու դեպք.

1) սիստեմը ազատ է արտաքին կապերից,

2) բլոկներից մեկի երկար կողմը կապված է բացարձակ կոշտ հիմնատակից:

Ջերմաստիճանի փոփոխման պատճառով առաջացած լարումների աճերը առանձին բլոկում որոշվում են հայտնի բանաձևերով:

Կոնտակտային ուժերից առաջացած լարումները որոշվում են համապատասխանորեն ընտրված լարման ֆունկցիաների միջոցով, որոնք բավարարում են կոնտակտային մակերևույթի և եզրագծերի ազատ կողմերի վրա գոյություն ունեցող պայմաններին։ Ներքին ճիգերի և տեղափոխումների վրա սողքի և ծերացման ազդեցությունը որոշված է Մասլով-Հարությունյանի տեսության օգնությամբ։

V. V. KRISALNY

TEMPERATURE TENSION IN THE SYSTEM OF TWO MASS CONCRETE BLOCKS

S u m m a r y

A plane thermo-tensioned condition of the system of two long rectangular blocks made of concrete and placed at different periods of time is examined. These blocks are conjugated by their long sides without mutual displacing on contact surface. Two cases are taken under consideration:

1. the system free from outside bonds,
2. the long side of the block is connected with the absolutely rigid foundation (base).

The determination of stress increase in a separate block that depends on the change of temperature is done according to the known formula of G. N. Maslov.

The stresses from contact forces are determined by means of properly selected function of tension that satisfies the conditions on contact surfaces and on the free sides of outlines (contours).

The influence of creeping and aging upon the interior stress and transference is taken into account by Maslov-Arutunian's theory.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Маслов Г. Н.* Задача теории упругости о термоупругом равновесии. Изв. ВНИИГ, т. 23, 1938.
2. *Белов А. В.* Определение температурных напряжений в бетонной плите с учетом экзотермии и теплоизоляции при переменной температуре окружающей среды. Изв. ВНИИГ, № 47, 1952.
3. *Гвоздев А. А.* Температурно-усадочные деформации в массивных бетонных блоках. Известия ОТН АН СССР, № 4, 1953.
4. *Абрамян Б. Л.* О температурных напряжениях в прямоугольных бетонных блоках. Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат., естеств. и техн. наук, т. 7, № 3, 1954.
5. *Арутюнян Н. Х.*, *Абрамян Б. Л.* О температурных напряжениях в прямоугольных бетонных блоках. Изв. АН Арм.ССР, сер. физ.-мат., естеств. и техн. наук, т. 8, в. 4, 1955.
6. *Прокопович И. Е.* Температурные напряжения в длинных прямоугольных массивных бетонных блоках, лежащих на скальном основании. Условия контакта $\overset{*}{u}_1=\overset{*}{u}_2$, $\overset{*}{v}_1=\overset{*}{v}_2$. Аннотация законченных в 1959 г. научно-исследовательских работ по гидротехнике. ВНИИГ, Госэнергоиздат, 1960.

7. *Прокопович И. Е.* Температурные напряжения в длинных прямоугольных массивных бетонных блоках, лежащих на основании из скалы или старого бетона. Условия контакта $u_1^{s} = u_2^{s}$, $\tau_y = 0$. Аннотация законченных в 1959 г. научно-исследовательских работ по гидротехнике ВНИИГ. Госэнергоиздат, 1960.
8. *Прокопович И. Е.* Приближенный метод определения температурных напряжений в массивных прямоугольных бетонных блоках. Труды координационных совещаний по гидротехнике, вып. IV. Госэнергоиздат, 1962.
9. *Прокопович И. Е.* Практический способ определения температурно-влажностных напряжений в прямоугольных массивных бетонных блоках. Гидротехническое строительство, № 5, 1964.
10. *Александровский С. В.* Температурные напряжения в массивных бетонных блоках от экзотермии цемента. Исследования. Массивные и стержневые конструкции. Труды НИИ по строительству, Госстройиздат, 1952.
11. *Дятловицкий Л. И., Рабинович Л. Б.* Определение температурных напряжений в массивах с учетом наращивания массива. Труды координационных совещаний по гидротехнике, вып. IV, Госэнергоиздат, М.-Л., 1962.
12. *Колчин Г. Б.* Температурные напряжения в двухслойной полосе конечной длины. Ученые записки аспирантов и соискателей. Ленинградский политехнический институт, 1964.
13. *Филоненко-Бородич М. М.* Об изгибе полосы. Вестник ВИА РККА им. В. В. Куйбышева, 20. Сборник по Строительной механике, II. М., 1937.
14. *Маслов Г. Н.* Термонапряженное состояние в бетонных массивах с учетом ползучести бетона. Изв. ВНИИГ, т. 28, 1941.
15. *Арутюнян Н. Х.* Некоторые вопросы теории ползучести. Гостехиздат, 1952.
16. *Прокопович И. Е.* Влияние длительных процессов на напряженное и деформированное состояние сооружений. Госстройиздат, 1963.
17. *Манукян И. И.* Термонапряженное состояние в круглых бетонных блоках с учетом ползучести бетона. Изв. АН Арм.ССР, серия физ.-мат. наук, т. 9, вып. 1, 1956.