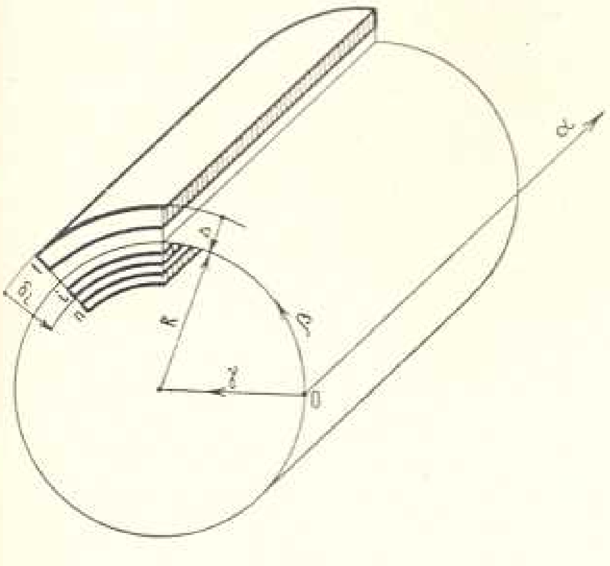
ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XIX, № 5, 1966 Механика

Г. Э. МИКАЕЛЯН

УСТОЙЧИВОСТЬ МНОГОСЛОЙНОЙ ОРТОТРОПНОЙ КРУГОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Как известно, при рассмотрении устойчивости цилиндрических оболочек под действием осевой сжимающей нагрузки, начальное равновесное состояние обычно считается безмоментным.

В настоящей работе рассматривается задача устойчивости начального моментного равновесного состояния многослойной ортотропной круговой цилиндрической оболочки. Исследуется влияние места приложения нагрузки по торцам оболочки, а также характера слоистости на величину критической силы.



Фиг. 1.

В основу ставится теория слоистых анизотропных оболочек [1].

1. Пусть α и β — криволинейные ортогональные координаты, совпадающие с линиями кривизны координатной поверхности, γ — расстояние по нормали от точки (α, β, 0) до точки (α, β, γ) (фиг. 1).

За координатную будем принимать поверхность, находящуюся на расстоянии Δ от внешней поверхности оболочки.

Считаем, что плоскости упругой симметрии материала каждого слоя перпендикулярны к координатным линиям α, β, γ.

Предполагается, что для всего пакета оболочки в целом справедлива гипотеза недеформируемых нормалей.

Пусть осевые сжимающие силы с интенсивностью P равномерно распределены по торцевым линиям $\alpha = 0$, $\alpha = l$ координатной поверхности.

Имеем следующую разрешающую систему дифференциальных уравнений:

$$L(a_j)\varphi + L(a_k)w = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha\,\partial\beta}\right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2}\frac{\partial^2 w}{\partial\beta^2} - \frac{1}{R}\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2}, \tag{1.1}$$

$$L(b_j)w - L(a_k)\varphi = \frac{1}{R}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2}\frac{\partial^2 w}{\partial\beta^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial\beta^2}\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2} - 2\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha\,\partial\beta}\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha\,\partial\beta}, \tag{1.2}$$

где w — нормальное перемещение; φ — функция напряжений, через которую внутренние силы T_1, T_2, S представляются следующим образом:

$$T_1 = \frac{\partial^2\varphi}{\partial\beta^2}, \qquad T_2 = \frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2}, \qquad S = -\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha\,\partial\beta},$$

$$L(a_j) = a_1\frac{\partial^4}{\partial\alpha^4} + a_2\frac{\partial^4}{\partial\alpha^2\,\partial\beta^2} + a_3\frac{\partial^4}{\partial\beta^4} \qquad (k = 4,\ 5,\ 6).$$

Коэффициенты a_j, a_k, b_j имеют вид [1]

$$a_1 = \frac{C_{11}}{\Omega}, \qquad a_2 = \frac{1}{C_{66}} - 2\frac{C_{12}}{\Omega}, \qquad a_3 = \frac{C_{22}}{\Omega},$$

$$a_4 = \frac{1}{\Omega}(K_{12}C_{11} - K_{11}C_{12}), \qquad \Omega = C_{11}C_{22} - C_{12}^2,$$

$$a_5 = \frac{1}{\Omega}(K_{11}C_{22} - 2K_{12}C_{12} + K_{22}C_{11}) - 2\frac{K_{66}}{C_{66}},$$

$$a_6 = \frac{1}{\Omega}(K_{12}C_{22} - K_{22}C_{12}),$$

$$b_1 = D_{11} - \frac{1}{\Omega}(K_{11}^2C_{22} - 2K_{11}K_{12}C_{12} + K_{12}^2C_{11}),$$

$$b_2 = 2\left\{D_{12} - \frac{1}{\Omega}[K_{11}K_{12}C_{22} - (K_{11}K_{22} + K_{12}^2)C_{12} + K_{22}K_{12}C_{11}] + 2\left(D_{66} - \frac{K_{66}^2}{C_{66}}\right)\right\},$$

$$b_3 = D_{22} - \frac{1}{\Omega}(K_{22}^2C_{11} - 2K_{22}K_{12}C_{12} + K_{12}^2C_{22}),$$

$$C_{jk} = \sum_{i=1}^{n} B_{jk}^i(\delta_i - \delta_{i-1}),$$

$$K_{jk}=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} B_{jk}^{i}[(\delta_i^2-\delta_{i-1}^2)-2\Delta(\delta_i-\delta_{i-1})],$$

$$D_{jk}=\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{n} B_{jk}^{i}[(\delta_i^3-\delta_{i-1}^3)-3\Delta(\delta_i^2-\delta_{i-1}^2)+3\Delta^2(\delta_i-\delta_{i-1})],$$

δ_i — расстояние внутренней поверхности i-го слоя от внешней поверхности оболочки (фиг. 1),

$$B_{11}^{i}=\frac{E_1^{i}}{1-\nu_1^{i}\nu_2^{i}},\qquad B_{22}^{i}=\frac{E_2^{i}}{1-\nu_1^{i}\nu_2^{i}},\qquad B_{66}^{i}=G_{12}^{i},$$

$$B_{12}^{i}=\nu_1^{i}B_{22}^{i}=\nu_2^{i}B_{11}^{i}.$$

При определенном (критическом) значении нагрузки для оболочки возможны два весьма близких положения равновесия. Пусть для одного из них (которое в рассматриваемый момент теряет свою устойчивость) нормальное перемещение w и функция напряжений φ, а для другого—соответственно w_1, φ_1. Тогда, очевидно, можно написать:

$$w_1=w+w_0,\qquad \varphi_1=\varphi+\varphi_0, \tag{1.3}$$

где w_0 — дополнительное малое перемещение, которое нужно сообщить оболочке, чтобы перевести ее из первого положения во второе, а φ_0 — соответствующее приращение функции напряжений.

Подставляя (1.3) в уравнения (1.1), (1.2) и учитывая, что w, φ связаны той же системой (1.1), (1.2), получим уравнения устойчивости в вариациях

$$L(a_j)\varphi_0+L(a_k)w_0=2\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha\,\partial\beta}\frac{\partial^2 w_0}{\partial\alpha\,\partial\beta}-\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2}\frac{\partial^2 w_0}{\partial\beta^2}-\frac{\partial^2 w}{\partial\beta^2}\frac{\partial^2 w_0}{\partial\alpha^2}-\frac{1}{R}\frac{\partial^2 w_0}{\partial\alpha^2},$$

$$L(b_j)w_0-L(a_k)\varphi_0=\frac{1}{R}\frac{\partial^2\varphi_0}{\partial\alpha^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2}\frac{\partial^2 w_0}{\partial\beta^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial\beta^2}\frac{\partial^2 w_0}{\partial\alpha^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2}\frac{\partial^2\varphi_0}{\partial\beta^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial\beta^2}\frac{\partial^2\varphi_0}{\partial\alpha^2}-2\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha\,\partial\beta}\frac{\partial^2 w_0}{\partial\alpha\,\partial\beta}-2\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha\,\partial\beta}\frac{\partial^2\varphi_0}{\partial\alpha\,\partial\beta}. \tag{1.4}$$

2. Для определения критических сил необходимо иметь значения w и φ, характеризующие невозмущенное состояние оболочки.

С целью упрощения дальнейших расчетов значения w и φ будем определять методом Ритца.

Рассмотрим случай, когда оболочка шарнирно закреплена абсолютно жесткими шпангоутами по торцевым линиям координатной поверхности.

Прогиб оболочки под действием сил P примем в виде

$$w = A \sin \frac{\pi \alpha}{l}, \tag{2.1}$$

который удовлетворяет геометрическим граничным условиям шарнирно опертой оболочки (при $\alpha = 0$, $\alpha = l$, $w = 0$).

Потенциальная энергия оболочки имеет вид [1]

$$V = \int_0^{2\pi R} \int_0^l (C_1 T_1^2 + C_2 T_2^2 + C_3 \varkappa_1^2 + C_4 T_1 T_2 + C_5 T_1 \varkappa_1 + C_6 T_2 \varkappa_1)\, d\alpha d\beta, \tag{2.2}$$

где

$$\varkappa_1 = -\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2},$$

$$C_1 = \frac{1}{2}(A_{11}^2 C_{11} + 2 A_{11} A_{12} C_{12} + A_{12}^2 C_{22}),$$

$$C_2 = \frac{1}{2}(A_{12}^2 C_{11} + 2 A_{12} A_{22} C_{12} + A_{22}^2 C_{22}),$$

$$C_3 = \frac{1}{2}(d_{11}^2 C_{11} + 2 C_{12} d_{11} d_{21} + d_{21}^2 C_{22}) -$$

$$-(K_{11} d_{11} + K_{12} d_{21}) + \frac{1}{2} D_{11},$$

$$C_4 = A_{11} A_{12} C_{11} + A_{11} A_{22} C_{12} + A_{12}^2 C_{12} + A_{22} A_{12} C_{22},$$

$$C_5 = -(A_{11} d_{11} C_{11} + A_{11} d_{21} C_{12} + A_{12} d_{11} C_{12} + A_{12} d_{21} C_{22}) +$$
$$+ K_{11} A_{11} + K_{12} A_{12},$$

$$C_6 = -(A_{12} d_{11} C_{11} + A_{12} d_{21} C_{12} + A_{22} d_{11} C_{12} + A_{22} d_{21} C_{22}) +$$
$$+ K_{11} A_{12} + K_{12} A_{22},$$

$$A_{11} = \frac{C_{22}}{\Omega}, \qquad A_{22} = \frac{C_{11}}{\Omega}, \qquad A_{12} = -\frac{C_{12}}{\Omega},$$

$$d_{11} = \frac{1}{\Omega}(K_{11} C_{22} - K_{12} C_{12}),$$

$$d_{22} = \frac{1}{\Omega}(K_{22} C_{11} - K_{12} C_{12}),$$

$$d_{12} = \frac{1}{\Omega}(K_{12} C_{22} - K_{22} C_{12}),$$

$$d_{21} = \frac{1}{\Omega}(K_{12} C_{11} - K_{11} C_{12}).$$

Используя уравнение совместности деформаций (1.1) и граничные условия

$$T_1 = -P, \qquad T_2 = -T_c \qquad \text{при} \qquad \alpha = 0, \ \alpha = l,$$

для φ и усилий T_1, T_2 получим

$$\varphi = \frac{A}{a_1}\left(\frac{l^2}{\pi^2 R} - a_1\right)\sin\frac{\pi\alpha}{l} - \frac{P\beta^2}{2} - \frac{T_c\alpha^2}{2}, \tag{2.3}$$

$$T_1 = -P = \text{const},$$
$$T_2 = \frac{A}{a_1}\left(a_1\frac{\pi^2}{l^2} - \frac{1}{R}\right)\sin\frac{\pi\alpha}{l} - T_c, \tag{2.4}$$

где T_c — осредненное значение тангенциальных усилий в координатной поверхности оболочки (по направлению β), которое определяется из условия замкнутости оболочки и имеет вид

$$T_c = -\frac{A_{12}}{A_{22}}P = tP.$$

Подставляя выражения (2.4) в (2.2) и интегрируя, получим

$$V = 2\pi R l\Big\{(C_1 + C_2t^2 + C_4t)P^2 -$$
$$-\left[(2C_2t + C_4)\frac{a}{\pi} + (C_6t + C_5)\frac{\pi}{l^2}\right]2PA +$$
$$+\frac{1}{2}\left[C_2a^2 + C_3\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 + C_6a\left(\frac{\pi}{l}\right)^2\right]A^2\Big\}.$$

Здесь

$$a = \left(a_4\frac{\pi^2}{l^2} - \frac{1}{R}\right)\frac{1}{a_1}.$$

Работа внешних сил имеет следующее значение

$$W = P\cdot 2\pi R\cdot\Delta_1,$$

где

$$\Delta_1 = \left\{(A_{12}t + A_{11})P - 2\left(A_{12}\frac{a}{\pi} - d_{11}\frac{\pi}{l^2}\right)A\right\}l$$

—величина сближения краев оболочки под действием сил P.

Таким образом, для полной энергии упругой системы имеем

$$Э = V - W.$$

Равновесное состояние оболочки характеризуется вариационным уравнением

$$\delta Э = 0.$$

Это уравнение связывает параметр прогиба A с нагрузкой P.

$$A = 2\frac{(C_5 + C_6t + d_{11})\dfrac{\pi}{l^2} - (A_{12} - 2C_2t - C_4)\dfrac{a}{\pi}}{C_2a^2 + C_3\left(\dfrac{\pi}{l}\right)^4 + C_6a\left(\dfrac{\pi}{l}\right)^2}P = a_0P. \tag{2.5}$$

В частности, для однослойной изотропной оболочки, для которой

$$C_1 = C_2 = \frac{1}{2Eh}, \qquad C_3 = \frac{Eh^3}{24(1-\nu^2)}, \qquad C_4 = -\frac{\nu}{Eh}, \qquad C_5 = C_6 = 0,$$

$$a = -\frac{Eh}{R}, \quad a_4 = 0, \quad d_{11} = \frac{K}{C}, \qquad A_{12} = -\frac{\nu}{Eh}, \qquad A_{22} = \frac{1}{Eh},$$

$$d_{21} = 0, \qquad t = \nu,$$

в силу (2.1) и (2.5) получим

$$W = \frac{4P}{\pi Eh}\left[\frac{K}{C}\left(\frac{\pi R}{l}\right)^2 - \nu R\right]\sin\frac{\pi\alpha}{l}. \tag{2.6}$$

Из (2.6) видно, что отношение $\frac{K}{C}$ характеризует место приложения нагрузки P. Например, при

$$\Delta = 0 \qquad K/C = h/2,$$

$$\Delta = \frac{h}{2} \qquad K/C = 0,$$

$$\Delta = h \qquad K/C = -h/2.$$

Отметим также, что согласно (2.6), когда

$$\Delta = 0, \qquad R = \frac{2\nu}{h}\left(\frac{l}{\pi}\right)^2,$$

однослойная изотропная оболочка при сжатии не изгибается ($w = 0$).

3. Считая, что при потере устойчивости образуются m полуволн вдоль образующей и n полных волн вдоль окружности, примем для w_0 и φ_0 выражения

$$\begin{aligned} w_0 &= A_0 \sin\frac{m\pi\alpha}{l}\sin\frac{n\beta}{R}, \\ \varphi_0 &= B_0 \sin\frac{m\pi\alpha}{l}\sin\frac{n\beta}{R}, \end{aligned} \tag{3.1}$$

которые удовлетворяют однородным граничным условиям на торцах оболочки

$$w_0 = 0, \qquad T_1 = 0, \qquad T_2 = 0 \qquad \text{при} \qquad \alpha = 0, \qquad \alpha = l.$$

Подставляя в (1.4) значение прогиба (2.1), функции напряжений (2.3), а также w_0, φ_0 (3.1) и пользуясь вариационным методом Бубнова-Галеркина, приходим к однородной системе алгебраических уравнений

$$\left[\Phi(a_k) - \frac{1}{R}\lambda^2 + \frac{8a_0P}{\pi(4m^2-1)}(\lambda\mu)^2\right]A_0 + \Phi(a_l)B_0 = 0,$$

$$\left[\Phi(b_f)-\frac{8b_0P}{\pi(4m^2-1)}(\lambda\mu)^2-t\mu^2P-\lambda^2P\right]A_0-$$
$$-\left[\Phi(a_k)-\frac{1}{R}\lambda^2+\frac{8a_0P}{\pi(4m^2-1)}(\lambda\mu)^2\right]B_0=0, \tag{3.2}$$

где $\Phi(a_f)$, $\Phi(a_k)$, $\Phi(b_f)$ — квадратичные формы от переменных λ^2, μ^2 с коэффициентами соответственно

$$a_1,\quad \frac{a_2}{2},\quad a_3;\quad a_4,\quad \frac{a_5}{2},\quad a_6;\quad b_1,\quad \frac{b_2}{2},\quad b_3.$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$\lambda=\frac{\pi m}{l},\qquad \mu=\frac{n}{R},\qquad b_0=\frac{a_0}{a_1}\left(\frac{l^2}{\pi^2R}-a_4\right).$$

Приравнивая нулю определитель системы (3.2), для верхних значений критических сил получим

$$P_{кр}=\frac{\left(\Phi(a_k)-\frac{1}{R}\lambda^2\right)^2+\Phi(a_f)\Phi(b_f)}{\lambda^2\left[1+\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^2t+\frac{8b_0}{\pi(4m^2-1)}\right]\Phi(a_f)-\frac{16a_0}{\pi(4m^2-1)}(\lambda\mu)^2\Phi(a_k)}, \tag{3.3}$$

откуда для однослойной изотропной оболочки будем иметь

$$P_{кр}=\frac{\frac{Eh}{R^2}\lambda^4+\left(D-\frac{K^2}{C}\right)(\lambda^2+\mu^2)^4}{\lambda^2\left[1+\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^2t+\frac{b}{4m^2-1}\mu^2\right](\lambda^2+\mu^2)^2}, \tag{3.4}$$

где

$$b=\frac{32}{\pi^4}\left(\frac{K}{C}\pi^2R-\nu l^2\right).$$

В случае, когда торцевые линии координатной поверхности шарнирно связаны со шпангоутами, которые, оставаясь круговыми, допускают радиальное смещение (w^*) точек оболочки, можно принять

$$w=w^*+A^*\sin\frac{\pi\alpha}{l}.$$

Для этого случая, повторяя предыдущие рассуждения и преобразования, получим

$$A^*=2P\frac{(C_5-d_{11})\frac{\pi}{l^2}-(A_{12}-C_4)\frac{a}{\pi}}{C_2a^2+C_3\left(\frac{\pi}{l}\right)^4-C_6a\left(\frac{\pi}{l}\right)^2}=a_0^*P,$$

$$w=\left(a_0^*\sin\frac{\pi\alpha}{l}+A_{12}R\right)P,$$

$$P_{кр}^{*}=\frac{\left(\Phi\left(a_{k}\right)-\frac{1}{R}\lambda^{2}\right)^{2}+\Phi\left(a_{j}\right)\Phi\left(b_{j}\right)}{\lambda^{2}\left|1+\frac{8\,b_{0}^{*}}{\pi\left(4\,m^{2}-1\right)}\,\mu^{2}\right|\Phi\left(a_{j}\right)-\frac{16\,a_{0}^{*}}{\pi\left(4\,m^{2}-1\right)}\,(\lambda\mu)^{2}\,\Phi\left(a_{k}\right)}. \tag{3.5}$$

Здесь

$$b_{0}^{*}=\frac{a_{0}^{*}}{a_{1}}\left(\frac{l^{2}}{\pi^{2}R}-a_{4}\right).$$

Для однослойной изотропной оболочки

$$w=\frac{P}{Eh}\left|4\pi\left(\frac{R}{l}\right)^{2}\frac{K}{C}\sin\frac{\pi x}{l}-\nu R\right|,$$

$$P_{кр}^{*,0}=\frac{\frac{Eh}{R^{2}}\lambda^{4}+\left(D-\frac{K^{2}}{C}\right)\left(\lambda^{2}+\mu^{2}\right)^{4}}{\lambda^{2}\left(1+\frac{b^{*}}{4m^{2}-1}\,\mu^{2}\right)\left(\lambda^{2}+\mu^{2}\right)^{2}}, \tag{3.6}$$

где

$$b^{*}=\frac{32}{\pi^{2}}\,\frac{K}{C}\,R.$$

При $\Delta=\frac{h}{2}$ формула (3.6) дает известное значение критической силы однослойной изотропной оболочки [3]

$$P_{k}=\frac{\frac{Eh}{R^{2}}\lambda^{4}+D\left(\lambda^{2}+\mu^{2}\right)^{4}}{\lambda^{2}\left(\lambda^{2}+\mu^{2}\right)^{2}}. \tag{3.7}$$

4. Считая начальное состояние оболочки безмоментным, из (3.5) получим значение критической силы многослойной ортотропной оболочки, совпадающее с найденным в работе [4]

$$P_{k}^{*}=\frac{\left(\Phi\left(a_{k}\right)-\frac{1}{R}\,\lambda^{2}\right)^{2}+\Phi\left(a_{j}\right)\Phi\left(b_{j}\right)}{\lambda^{2}\,\Phi\left(a_{j}\right)}. \tag{4.1}$$

Относительное отклонение критической силы ($P_{кр}^{*}$) от „безмоментного" значения (P_{k}^{*}) имеет вид

$$f=\frac{P_{кр}^{*}-P_{k}^{*}}{P_{кр}^{*}}=\frac{n^{2}}{4\,m^{2}-1}\;\frac{8}{\pi R^{2}}\left[\,2\;\frac{\Phi\left(a_{k}\right)}{\Phi\left(a_{j}\right)}-\frac{1}{a_{1}}\left(\frac{l^{2}}{\pi^{2}R}-a_{4}\right)\right]a_{0}^{*}. \tag{4.2}$$

Как видно из (4.2), величина относительного отклонения в основном характеризуется числами полуволн в осевом (m) и полных волн в окружном (n) направлениях, коэффициентом a_{0}^{*}, зависящим от места приложения нагрузки, и физико-механическими характеристиками слоев оболочки.

Величина f быстро увеличивается при усилении неравенства $n > m$.

С увеличением докритического прогиба (который характеризуется коэффициентом a_0^*) поправка f увеличивается.

С целью выявления порядка поправки рассмотрим некоторые примеры.

Полагая в (4.2) $\Phi(a_k) = 0$, $a_4 = 0$, для однослойной изотропной оболочки получим

$$f = \pm \frac{n^2}{4m^2-1} \frac{16}{\pi^2} \frac{h}{R},$$

где знак плюс соответствует случаю $\Delta = h$, знак минус — $\Delta = 0$.

При $m = 1$, $n = 6$, считая $\frac{h}{R} = \frac{1}{50}$, получим $f = \pm 38{,}5\%$.

Рассмотрим двухслойную оболочку, составленную из изотропных материалов с равными коэффициентами Пуассона.

Пусть наружный слой изготовлен из стали

$$E_1 = 2 \cdot 10^6 \ кг/см^2, \qquad h_1 = 0{,}3 \ см, \qquad \nu_1 = 0{,}25,$$

а внутренний — из поликапролактама

$$E_2 = 10^4 \ кг/см^2, \qquad h_2 = 1{,}5 \ см, \qquad \nu_2 = 0{,}25.$$

Примем $R = R_{ср} = 40$ *см*, $l = \pi R$.

Условно будем считать $m = 1$, $n = 4$.

Значения критической силы (в *т/см*) получаются в пределах

$$5{,}4264 \leqslant P^*_{кр} \leqslant 19{,}697$$

$$\text{при} \qquad 0 \leqslant \Delta \leqslant \delta_2.$$

Поменяв местами слои, получаем

$$3{,}4191 \leqslant P^*_{кр} \leqslant 6{,}2885.$$

Считая начальное состояние безмоментным, по формуле (4.1) для обоих случаев расположения слоев оболочки получим

$$P^*_к = 5{,}8207 \ т/см,$$

причем $P^*_к$, ввиду $\nu_1 = \nu_2$, не зависит от места приложения нагрузки.

Таким образом, в некоторых случаях, выбор места приложения нагрузки по торцам оболочки и способа расположения слоев может иметь очень важное значение с точки зрения ее устойчивости.

Условия закрепления краев также могут значительно влиять на величину критических сил.

Из (3.4) для однослойной изотропной оболочки при абсолютно жестких шпангоутах

$$P^*_{кр} = \frac{P_к}{1 + \frac{32}{\pi^2} \frac{n^2}{4m^2-1} \frac{1}{R} \frac{K}{C} - \left| \frac{32}{\pi^2(4m^2-1)} - \frac{1}{m^2} \right| \left(\frac{ln}{\pi R}\right)^2 \nu},$$

а при шпангоутах, допускающих радиальное смещение, согласно (3.6)

$$P_{\text{кр}}^{*,0} = \frac{P_{\text{к}}}{1 + \frac{32}{\pi^2}\,\frac{n^2}{4m^2-1}\,\frac{1}{R}\,\frac{K}{C}}.$$

При сжатии по срединной поверхности $\left(\Delta = \frac{h}{2}\right)$ в случае

$$m = 1, \qquad n = 4, \qquad l = \pi R, \qquad \nu = 0{,}25$$

жесткие шпангоуты увеличивают значения критических сил на 30%.

Выражаю глубокую благодарность проф. С. А. Амбарцумяну за постановку задачи.

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Поступила 4 I 1966

Հ. Զ. ՄԻՔԱՅԵԼՅԱՆ

ԲԱԶՄԱՇԵՐՏ ՕՐԹՈՏՐՈՊ ՇՐՋԱՆԱՅԻՆ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ԹԱՂԱՆԹԻ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ամփոփում

Հոդվածում դիտվում է թաղանթի մոմենտային հավասարակշռության վիճակի կայունությունը։

Հետազոտվում է առանցքային ուժերի կիրառման տեղի և թաղանթի շերտայնության բնույթի ազդեցությունը կրիտիկական ուժի վրա։

G. Z. MIKAELIAN

STABILITY OF MULTILAYER ORTHOTROPIC CIRCULAR CYLINDRICAL SHELL

Summary

In this paper the problem of stability of initial momental equilibrium state of the shell is considered.

The influence of the place of axis load application on the shell and also the influence of the nature of the multilayer on the critical strength are investigated.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Амбарцумян С. А.* Теория анизотропных оболочек. Физматгиз, М., 1961.
2. *Вольмир А. С.* Гибкие пластинки и оболочки. Гостехиздат, М., 1956.
3. *Вольмир А. С.* Устойчивость упругих систем. Физматгиз, М., 1963.
4. *Гнуни В. Ц.* О параметрически возбуждаемых колебаниях слоистых анизотропных гибких оболочек. Известия АН Арм. ССР, сер. физ.-мат. наук, т. 11, № 3, 1962.
5. *Муштари Х. М., Галимов К. З.* Нелинейная теория упругих оболочек. Таткнигоиздат, Казань, 1957.
6. *Новожилов В. В.* Основы нелинейной теории упругости. Гостехиздат, Л.-М., 1948.