ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XIX, № 2, 1966 Механика

А. П. МЕЛКОНЯН, А. А. ХАЧАТРЯН

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНЫХ КРУГЛЫХ ПЛАСТИНОК*

Исходя из уточненной теории анизотропных пластинок [1], решаются задачи об устойчивости круглых трансверсально-изотропных пластинок при различных условиях закрепления по контуру. Полученные результаты для некоторых частных задач сравниваются с соответствующими результатами классической теории пластинок. При этом предварительно исходная система уравнений работы [1] путем введения новой функции приводится к системе двух независимых уравнений относительно нормального перемещения и введенной функции.

1. Изгиб трансверсально-изотропных пластинок по уточненной теории С. А. Амбарцумяна [1], учитывающей влияние поперечных сдвигов и нормальных напряжений в плоскостях, параллельных срединной плоскости пластинки, как известно, в полярной системе координат описывается следующей системой уравнений относительно прогиба w и функций φ, ψ:

$$
\begin{gathered}
\frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(r\varphi)+\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right]=-\frac{12}{h^3}Z, \\
-D\frac{\partial}{\partial r}(\Delta w)+\frac{h^3}{12\delta_0^2}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\psi)\right]-k_0\frac{\partial Z}{\partial r}=\frac{h^3}{12}\varphi, \qquad (1.1)\\
-D\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}(\Delta w)-\frac{h^3}{12\delta_0^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\psi)\right]-k_0\frac{1}{r}\frac{\partial Z}{\partial\theta}=\frac{h^3}{12}\psi,
\end{gathered}
$$

где

$$
\delta_0^2=\frac{10G'}{Gh^2}, \qquad k_0=\frac{h^2}{10(1-\mu)}\left(2\frac{G}{G'}-\mu'\frac{E}{E'}\right), \qquad (1.2)
$$

Δ — оператор Лапласа; h, D — толщина и изгибная жесткость пластинки; E, G, μ — модуль упругости, модуль сдвига и коэффициент Пуассона в плоскости изотропии, параллельной срединной плоскости пластинки; E', G', μ' — модуль упругости, модуль сдвига и коэффициент Пуассона в плоскостях, перпендикулярных плоскости изотропии; Z — интенсивность распределенной поперечной нагрузки.

Для решения конкретных задач исходную систему (1.1) целесообразно преобразовать. С этой целью введем новую функцию Φ, через которую функции φ и ψ определяются следующим образом

* Работа доложена на V Всесоюзной конференции по теории пластин и оболочек (Москва, 3—6 февраля 1965 г.).

$$N_r = \frac{h^3}{12}\varphi = -D\frac{\partial}{\partial r}(\Delta w) + \frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} - k_0\frac{\partial Z}{\partial r},$$
$$N_\theta = \frac{h^3}{12}\psi = -D\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}(\Delta w) - \frac{\partial \Phi}{\partial r} - k_0\frac{1}{r}\frac{\partial Z}{\partial \theta}. \qquad (1.3)$$

С учетом (1.3) система (1.1) преобразуется к следующей системе двух независимых уравнений относительно w и Φ:

$$D\Delta\Delta w = Z - k_0\Delta Z, \qquad (1.4)$$

$$\Delta\Phi - \gamma_0^2\Phi = 0. \qquad (1.5)$$

При этом изгибающие и крутящий моменты выражаются через функции w и Φ следующим образом

$$M_r = -D\left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \mu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}\right)\right] + \frac{2D}{\gamma_0^2}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2}\right)\Delta w +$$
$$+ \frac{2}{\gamma_0^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right) - k_0\left[Z - \frac{2}{\gamma_0^2}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial Z}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 Z}{\partial \theta^2}\right)\right],$$
$$M_\theta = -D\left[\mu\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}\right)\right] + \frac{2D}{\gamma_0^2}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(\Delta w) -$$
$$- \frac{2}{\gamma_0^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right) - k_0\left(Z - \frac{2}{\gamma_0^2}\frac{\partial^2 Z}{\partial r^2}\right), \qquad (1.6)$$
$$H = -(1-\mu)D\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial \theta}\right) - \frac{2D}{\gamma_0^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}(\Delta w)\right] +$$
$$+ \Phi - \frac{2}{\gamma_0^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} - \frac{2k_0}{\gamma_0^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial Z}{\partial \theta}\right).$$

Перерезывающие силы N_r и N_θ определяются по формулам (1.3).

Из уравнений изгиба (1.4), (1.5) получаются уравнения устойчивости пластинки, если положить

$$Z = -(T_1^0\varkappa_1 + T_2^0\varkappa_2 + S^0\tau), \qquad (1.7)$$

где T_1^0, T_2^0, S^0 — тангенциальные силы на единицу длины, действующие в срединной плоскости пластинки,

$$\varkappa_1 = -\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}, \quad \varkappa_2 = -\left(\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}\right), \quad \tau = -2\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial \theta}\right). \qquad (1.8)$$

2. Рассмотрим задачу об устойчивости сплошной круглой трансверсально-изотропной пластинки радиуса a, сжатой по контуру равномерно распределенной радиальной нагрузкой интенсивности P на единицу длины. Очевидно, что в этом случае

$$T_1^0 = T_2^0 = -P, \quad S^0 = 0. \qquad (2.1)$$

В силу (1.7), (1.8) и (2.1) будем иметь

$$Z = -P\Delta w, \tag{2.2}$$

и уравнения устойчивости примут вид

$$\begin{aligned} &\Delta\Delta w + \gamma_0^2 \Delta w = 0 \\ &\Delta\Phi - \delta_0^2 \Phi = 0, \end{aligned} \tag{2.3}$$

где

$$\gamma_0^2 = \frac{P}{D - k_0 P}. \tag{2.4}$$

Решение уравнений (2.3) ищем в виде

$$\begin{aligned} &w(r, \theta) = W(r) \cos n\theta, \\ &\Phi(r, \theta) = F(r) \sin n\theta, \end{aligned} \tag{2.5}$$

где $n = 0, 1, 2, \cdots$ представляет собой число волн срединной поверхности в окружном направлении.

Подставляя (2.5) в (2.3), для $W(r)$ и $F(r)$ получим следующие уравнения

$$\begin{aligned} &\Delta_n \Delta_n W + \gamma_0^2 \Delta_n W = 0, \\ &\Delta_n F - \delta_0^2 F = 0, \end{aligned} \tag{2.6}$$

где

$$\Delta_n = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d}{dr} - \frac{n^2}{r^2}. \tag{2.7}$$

Общее решение уравнений (2.6) имеет вид

$$\begin{aligned} &W(r) = C_1 J_n(\gamma_0 r) + C_2 Y_n(\gamma_0 r) + C_3 r^n + C_4 r^{-n}, \\ &F(r) = C_5 I_n(\delta_0 r) + C_6 K_n(\delta_0 r), \end{aligned} \tag{2.8}$$

где J_n, Y_n и I_n, K_n — функции Бесселя действительного и чисто мнимого аргументов; $C_1, \cdots C_6$ — постоянные интегрирования.

В силу того, что пластинка сплошная, в (2.8) следует положить $C_2 = C_4 = C_6 = 0$. На основании этого из (2.8) и (2.5) окончательно будем иметь

$$\begin{aligned} &w(r, \theta) = [C_1 J_n(\gamma_0 r) + C_3 r^n] \cos n\theta, \\ &\Phi(r, \theta) = C_5 I_n(\delta_0 r) \sin n\theta. \end{aligned} \tag{2.9}$$

Постоянные интегрирования C_1, C_3, C_5, входящие в (2.9), должны определяться из граничных условий.

Рассмотрим два случая закрепления пластинки по контуру.

а) *Пластинка шарнирно закреплена по контуру*

В случае шарнирного закрепления пластинки по контуру имеем следующие граничные условия [1]:

при

$$r = a \begin{cases} w = 0, \\ M_r = 0, \end{cases} \quad \psi = 0. \tag{2.10}$$

Пользуясь выражениями (1.3), (1.6), (2.2) и (2.9), из граничных условий (2.10) получим следующую однородную систему алгебраических уравнений относительно постоянных C_1, C_3, C_5:

$$C_1 J_n(\gamma) + C_3 a^n = 0,$$

$$C_1 \left\{ P J_n(\gamma) - \left[\frac{D(1-\mu)}{a^2} - \frac{2P}{\delta^2} \right] [(n^2+n) J_n(\gamma) - \gamma J_{n-1}(\gamma)] \right\} -$$

$$- C_3 D (1-\mu)(n^2-n) a^{n-2} + C_5 \frac{2n}{\delta^2} [\delta I_{n-1}(\delta) - (n+1) I_n(\delta)] = 0, \tag{2.11}$$

$$C_1 \cdot n P J_n(\gamma) + C_5 [\delta I_{n-1}(\delta) - n I_n(\delta)] = 0.$$

Приравнивая нулю определитель этой системы, получим следующее трансцендентное уравнение для определения критического значения сжимающей силы

$$\left[1 + \frac{2n}{\delta^2} \frac{I_{n-1}(\delta)}{I_n(\delta)} \right] \gamma J_n(\gamma) - (1-\mu)(1+k\gamma^2) J_{n+1}(\gamma) - \frac{2\gamma^2}{\delta^2} J_{n-1}(\gamma) = 0, \tag{2.12}$$

где

$$\gamma = \gamma_0 a, \quad \delta = \delta_0 a, \quad k = \frac{k_0}{a^2},$$

$$I'_n(x) = I_{n-1}(x) - \frac{n}{x} I_n(x). \tag{2.13}$$

Критическое значение сжимающей силы $P_n^{\text{кр}}$ для каждого значения n ($n = 0, 1, 2, \cdots$), согласно (2.4), определяется следующей формулой

$$P_n^{\text{кр}} = \frac{D}{a^2} \cdot \frac{\gamma_n^2}{1 + k\gamma_n^2}, \tag{2.14}$$

где γ_n — наименьший, отличный от нуля положительный корень уравнения (2.12) при фиксированном значении n.

Из уравнения (2.12), как частный случай, можно получить соответствующее уравнение для определения критической силы, найденное по классической теории пластинок. Полагая для этого в уравнении (2.12) $k = 0$ и выполняя предельный переход при $\delta \to \infty$, получим [2, 3]*

$$\gamma J_n(\gamma) = (1-\mu) J_{n+1}(\gamma). \tag{2.12*}$$

* Уравнение (2.12*) не совпадает с соответствующим уравнением, приведенным в [3], где по ходу выкладок допущены некоторые неточности.

Соответствующая же критическая сила определяется через корни уравнения (2.12^a) по формуле (2.14) при $k=0$.

Очевидно, что при учете деформаций поперечных сдвигов и нормальных напряжений, действующих в плоскостях, параллельных срединной плоскости (характеризуемых отношениями E/G' и E/E' соответственно), нахождение корней уравнения (2.12), а следовательно, и определение критических значений сжимающей силы существенно осложняется.

На основании полученных выше формул произведены вычисления* корней уравнения (2.12) и соответствующих им критических сил при некоторых значениях отношений упругих постоянных (E/G', E/E') и относительной толщины пластинки (h/a).

Результаты вычислений приведены в табл. 1. Во всех расчетах принималось $\mu = \mu' = 0{,}3$.

Таблица 1

	E/G'		0		2,6		5		10	
	E/E'	n	γ_n	η_n	γ_n	η_n	γ_n	η_n	γ_n	η_n
$h/a=1/10$	0	0	2,0488	4,1977	2,0488	4,1479	2,0488	4,1031	2,0488	4,0126
		1	3,6246	13,1381	3,6242	12,6596	3,6238	12,2481	3,6230	11,4713
		2	4,9855	24,8557	4,9849	23,2021	4,9844	21,8600	4,9833	19,5092
	1	0	—	—	2,0496	4,1585	—	—	—	—
		1			3,6255	12,7377				
		2			4,9867	23,4507				
	5	0	—	—	—	—	2,0528	4,1553	2,0528	4,0626
		1					3,6304	12,6222	3,6296	11,7990
		2					4,9932	23,0097	4,9922	20,4203
$h/a=1/5$	0	0	2,0488	4,1977	2,0488	4,0055	2,0488	3,8431	2,0488	3,5438
		1	3,6246	13,1381	3,6229	11,4133	3,6213	10,1799	3,6182	8,3096
		2	4,9855	24,8557	4,9832	19,3428	4,9812	16,0566	4,9776	11,8600
	1	0	—	—	2,0520	4,0452	—	—	—	—
		1			3,6282	11,6713				
		2			4,9903	20,0525				
	5	0	—	—	—	—	2,0647	4,0325	2,0647	3,7042
		1					3,6481	11,2937	3,6454	9,0387
		2					5,0172	18,8207	5,0144	13,4456

В этой таблице приведены значения наименьшего положительного корня γ_n уравнения (2.12) и соответствующие им величины

$$\eta_n = \frac{\gamma_n^2}{1+k\gamma_n^2} = \frac{a^2}{D} P_n^{кр}$$

для каждого из значений $n = 0, 1, 2$.

* Вычисления выполнены на ЭВМ „Раздан—2“ Вычислительного центра АН АрмССР.

Отметим, что рассмотренный здесь случай $E/G' = E/E' = 0$ соответствует результатам классической теории пластинок, а $E/E' = 0$, $E/G' \neq 0$ соответствует случаю учета влияния только поперечных сдвигов.

Результаты произведенных вычислений показывают, что значения критической силы (γ_n) при учете поперечных сдвигов и нормальных напряжений, действующих в плоскостях, параллельных срединной плоскости пластинки, заметно отличаются (в сторону уменьшения) от соответствующих величин, найденных по классической теории пластинок. Однако, легко заметить, что основная часть поправки получается от учета влияния поперечных сдвигов. Это расхождение увеличивается с увеличением отношений E/G' и h/a, причем оно тем больше, чем больше n.

б) *Пластинка защемлена по контуру*

В случае защемления пластинки по контуру имеем следующие граничные условия

$$\text{при } r = a \quad \left\{ \begin{array}{l} w = 0 \\[1ex] \left.\begin{array}{l} u_r = z\left[-\dfrac{\partial w}{\partial r} + \dfrac{\varphi}{2G'}\left(\dfrac{h^2}{4} - \dfrac{z^2}{3}\right)\right] = 0 \\[2ex] u_\theta = z\left[-\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial w}{\partial \theta} + \dfrac{\psi}{2G'}\left(\dfrac{h^2}{4} - \dfrac{z^2}{3}\right)\right] = 0 \end{array}\right\} \text{при } z = z_0. \end{array} \right. \tag{2.15}$$

Здесь u_r, u_θ — тангенциальные перемещения точек, находящихся на расстоянии z от срединной поверхности пластинки.

Отметим, что условия для u_r и u_θ, приведенные в (2.15), означают, что равенство нулю тангенциальных перемещений выполняется только по двум окружностям $z = \pm z_0$ боковой поверхности пластинки [4, 5].

Пользуясь выражениями (1.3), (2.2), (2.9), из граничных условий (2.15) после некоторых преобразований получим следующую однородную систему алгебраических уравнений относительно C_1, C_3, C_5:

$$C_1 J_n(\gamma_1) + C_3 a^n = 0,$$

$$C_1 \left[1 - \frac{10}{1-\mu}\frac{\gamma_1^2}{(1+k\gamma_1^2)\delta^2}\left(\frac{1}{4} - \frac{z_0^2}{3h^2}\right)\right]\gamma_1 J_n'(\gamma_1) +$$

$$+ C_3 n a^n - C_5 \frac{6}{hG'}\left(\frac{1}{4} - \frac{z_0^2}{3h^2}\right) n I_n(\delta) = 0, \tag{2.16}$$

$$C_1 \frac{D}{a^2}\frac{n\gamma_1^2}{1+k\gamma_1^2} J_n(\gamma_1) + C_5 \delta I_n'(\delta) = 0.$$

Приравнивая нулю определитель системы (2.16), получим следующее трансцендентное уравнение для определения критического значения сжимающей силы

$$J_{n+1}(\gamma) + \frac{10}{1-\mu}\frac{\gamma}{(1+k\gamma^2)\zeta^2}\left(\frac{1}{4} - \frac{z_0^2}{3h^2}\right)\left[\gamma J_{n-1}(\gamma) - \frac{nI_{n-1}(\zeta)}{I'_n(\zeta)}J_n(\gamma)\right] = 0. \tag{2.17}$$

Критическое значение сжимающей силы $P_n^{\text{кр}}$ для каждого значения n ($n = 0, 1, 2, \cdots$) определяется через корни уравнения (2.17) с помощью формулы (2.14).

Из (2.17), как частный случай ($k = 0$ и $\zeta \to \infty$), получается следующее уравнение для определения критической силы, соответствующее классической теории пластинок [2, 3]

$$J_{n+1}(\gamma) = 0. \tag{2.17*}$$

Соответствующая же критическая сила определяется через корни уравнения (2.17*) по формуле (2.14) при $k = 0$.

Интересно отметить, что в случае осесимметричной формы потери устойчивости (т. е. при $n = 0$) уравнения (2.17) и (2.17*) совпадают. В этом случае расхождения между соответствующими критическими силами, вычисленными по теории [1] и по классической теории, получаются за счет поправок, вводимых в формуле (2.14).

Здесь так же, как и в предыдущей задаче, вычислены корни уравнения (2.17) и соответствующие им критические силы для тех же числовых значений упругих постоянных и размеров пластинки при двух значениях отношения z_0/h.

Результаты вычислений при $z_0/h = 1/10$ и $1/2$ приведены соответственно в табл. 2 и 3.

$z_0 = h/10$ *Таблица 2*

	E/G'		0		2,6		5		10	
	E/E'	n	γ_n	τ_n	γ_n	τ_n	γ_n	τ_n	γ_n	τ_n
$h/a = 1/10$	0	0	3,8317	14,6820	3,8317	14,0909	3,8317	13,5860	3,8317	12,6423
		1	5,1356	26,3746	5,1180	24,3698	5,1018	22,7717	5,0683	20,0327
		2	6,3802	40,7065	6,3380	36,0342	6,3009	32,5921	6,2275	27,1929
	1	0	—	—	3,8317	14,1765	—	—	—	—
		1			5,1177	24,6249				
		2			6,3372	36,5912				
	5	0	—	—	—	—	3,8317	13,9934	3,8317	12,9943
		1					5,1000	23,9223	5,0642	20,9038
		2					6,2936	34,9672	6,2137	28,7805
$h/a = 1/5$	0	0	3,8317	14,6820	3,8317	12,5724	3,8317	11,1002	3,8317	8,9232
		1	5,1356	26,3746	5,0655	19,8412	5,0008	16,1380	4,8647	11,5993
		2	6,3802	40,7065	6,2219	26,8389	6,0925	20,4421	5,8616	13,6871
	1	0	—	—	3,8317	12,8493	—	—	—	—
		1			5,0622	20,5181				
		2			6,2106	28,0584				
	5	0	—	—	—	—	3,8317	12,2673	3,8317	9,6623
		1					4,9623	18,5130	4,7934	12,6732
		2					5,9722	24,1291	5,6933	15,1025

$z_0=h/2$ *Таблица 3*

	E/G'		0		2,6		5		10	
	E/E'	n	γ_n	η_n	γ_n	η_n	γ_n	η_n	γ_n	η_n
$h/a=1/10$	0	0 1 2	3,8317 5,1356 6,3702	14,6820 26,3746 40,7065	3,8317 5,1240 6,3527	14,0909 24,4231 36,1841	3,8317 5,1139 6,3303	13,5860 22,8663 32,8417	3,8317 5,0944 6,2900	12,6423 20,1940 27,5752
	1	0 1 2	—	—	3,8317 5,1239 6,3522	14,1765 24,6807 36,7489	—	—	—	—
	5	0 1 2	—	—	—	—	3,8317 5,1126 6,3259	13,9934 24,0337 35,2849	3,8317 5,0922 6,2826	12,9943 21,0922 29,2563
$h/a=1/5$	0	0 1 2	3,8317 5,1356 6,3702	14,6820 26,3746 40,7065	3,8317 5,0930 6,2870	12,5724 20,0074 27,2273	3,8317 5,0905 6,2275	11,1002 16,5101 20,9366	3,8317 5,0069 6,1462	8,9232 11,9266 14,1990
	1	0 1 2	—	—	3,8317 5,0911 6,2811	12,8493 20,7058 28,5213	—	—	—	—
	5	0 1 2	—	—	—	—	3,8317 5,0426 6,1737	12,2673 18,9635 25,2252	3,8317 4,9808 6,0928	9,6623 13,2111 16,0455

Результаты вычислений, приведенные в табл. 2 и 3, приводят к аналогичным предыдущей задаче выводам.

Отметим также, что в рассматриваемой задаче при прочих одинаковых условиях с увеличением z_0/h критическое значение сжимающей силы увеличивается.

Институт математики и механики
АН Армянской ССР

Поступила 20 IV 1965

Ա. Պ. ՄԵԼՔՈՆՅԱՆ, Ա. Ա. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

ԿԼՈՐ ՏՐԱՆՍՎԵՐՍԱԼ ԻԶՈՏՐՈՊ ՍԱԼԵՐԻ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Աշխատության մեջ դիտարկված է տրանսվերսալ իզոտրոպ նյութից պատրաստված կլոր սալերի կայունության խնդիրը, ելնելով Ս. Ա. Համբարձումյանի կողմից առաջարկված սալերի ծռման ճշգրտված տեսությունից [1]: Ըստ որում, նախօրոք, [1] աշխատության ելակետային հավասարումների (1.1) սիստեմը բերված է կիրառական տեսակետից ավելի հարմար՝ (1.4) և (1.5) հավասարումներին:

Դիտարկված է կոնտուրով հավասարաչափ սեղմված կլոր սալի կայունության խնդիրը երկու տիպի եզրային ամրացումների դեպքում՝ ա) երբ սալը եզրով ամրակցված է հոդակապորեն, որը բնորոշվում է (2.10) եզրային պայմաններով, բ) երբ սալը եզրով ամրակցված է, որը բնորոշվում է (2.15) եզրային պայմաններով։

Դիտարկված խնդիրների համար ստացված են համապատասխան տրանսցենդենտ հավասարումները, որոնց միջոցով որոշվում են կրիտիկական ուժերի համապատասխան արժեքները։ Աղյուսակներում բերված են թվային հաշվումների արդյունքները, որոնք համեմատված են սալերի կլասիկ տեսությամբ ստացված համապատասխան արդյունքների հետ։

A. P. MELKONIAN, A. A. KHATCHATRIAN

ON THE STABILITY OF TRANSVERSAL-ISOTROPIC CIRCULAR PLATES

Summary

The stability problem of circular transversal isotropic plates is solved from the refined theory of anisotropic plates (1) under various attaching conditions on the contour of the plate.

The obtained results for some particular problems are compared with the corresponding results of classical theory of plate bending (2).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Амбарцумян С. А.* Теория анизотропных оболочек. Физматгиз, М., 1961.
2. *Бицено К. Б.* и *Граммель Р.* Техническая динамика, т. I. Госиздат, М.—Л., 1950.
3. *Пономарев С. Д., Бидерман В. Л.* и др. Расчеты на прочность в машиностроении, т. III. Машгиз, М., 1959.
4. *Мелконян А. П., Хачатрян А. А.* Об изгибе прямоугольных трансверсально-изотропных пластинок. Известия АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, **18**, I, 1965.
5. *Москаленко В. Н.* К применению уточненной теории изгиба пластинок в задаче о собственных колебаниях. Инженерный журнал, т. I, вып. 3, 1961.